

# Гамильтонова механика систем со связями

Максим Валентинович Либанов

Тел. служебный: 499-135-21-69

e-mail [ml@ms2.inr.ac.ru](mailto:ml@ms2.inr.ac.ru)

## Аннотация

Одной из наиболее развитых и непротиворечивых формулировок квантовой теории является метод канонического квантования. Этот метод основан на построении квантовой теории по её классическому варианту путём замены каждой физической величины оператором, действующим в некотором гильбертовом пространстве. Отправной точкой в таком подходе является построение гамильтонова формализма для описания соответствующей классической системы. В стандартном курсе теоретической механики при построении гамильтонового формализма обычно молчаливо подразумевается, что скорости могут быть выражены через обобщённые координаты и импульсы. Однако существуют системы, для которых этого сделать непосредственно не удается. Такие системы называются системами со связями, или особенными системами. К ним относятся большинство теоретико-полевых моделей, что делает изучение такого рода систем особенно актуальным. Ниже предлагается две задачи, которые позволяют разобраться с построением гамильтонова формализма для особенных систем.

**1. Прототип спинорного поля.** Рассмотрим систему, описываемую функцией Лагранжа

$$L = \alpha \dot{\chi} \phi - (1 - \alpha) \dot{\chi} \phi - V(\chi, \phi),$$

где  $\alpha$  – константа. Считая, что координаты  $\chi$  и  $\phi$  антисимметричны, т.е.  $\chi\phi = -\phi\chi$ , построить гамильтонов формализм.

**2. Прототип электромагнитного поля.** Построить гамильтонов формализм для системы с функцией Лагранжа

$$L = \frac{1}{2}(\dot{\chi} - \phi)^2 - V(\chi, \phi).$$

- a) Рассмотреть случай  $V(\chi, \phi) = 0$ .
- б) Рассмотреть случай  $V(\chi, \phi) \neq 0$ , приводящий к нетривиальной динамике.

## Литература

- [1] П.А.М. Дирак *К созданию квантовой теории поля.*, Москва «Наука» 1990.
- [2] П.А.М. Дирак *Принципы квантовой механики.*, Москва «Наука» 1979.
- [3] П.А.М. Дирак *Лекции по квантовой механике.*, Ижевск 1998.
- [4] Д.М. Гитман, И.В. Тютин *Каноническое квантование полей со связями.*, Москва «Наука» 1986.