Торможение небесных тел частицами тёмной материи

Горячук И
217 группа

С недавних пор проблеме исследования свойств тёмной материи стали уделять всё больше внимания. Учёных интересуют вопросы об эволюции Вселенной в прошлом и о том, что ожидает её в будущем. Дело в том, что для объяснения некоторых астрономических явлений экспериментальная оценка взаимодействующей со светом массы Вселенной оказывается недостаточной. Приходится вводить массивную тёмную материю, не излучающую и не поглощающую фотоны. Это следует, например из измерений кривых вращения некоторых спиральных галактик. Оказывается, что скорость вращения остаётся постоянной, начиная с некоторого расстояния до центра. Такой вид зависимости можно объяснить, только если предположить существование дополнительной невидимой массы в пределах галактики - небарионного сферического тёмного гало. Для некоторых галактик оказывается, что его масса намного превышает светящуюся.

Существование небарионной материи также подтверждается тем, что оценка барионной космологической плотности Вселенной, сделанная по светимости галактик ($\Omega_b < 0.02$) даже с учётом поправок на межзвёздную пыль, коричневые и белые карлики, нейтронные звёзды, чёрные дыры, а также современных данных о массивных компактных галактических объектах (MACHO) не соответствует динамики галактических кластеров (для гравитационно замедляющегося расширения Вселенной требуется $\Omega_b \geq 1$, что следует из измерений реликтового излучения в эксперименте «Бумеранг»). [1]

Нерелятивистские массивные слабовзаимодействующие частиц тёмной материи (WIMP) можно рассматривать как идеальный газ. Вероятность их взаиводействия с веществом описывается полным эффективным сечением σ. Оценим силу торможения небесных тел - Земли и Солнца, связанную с их движением в этом газе. Для этого рассмотрим движение шара радиуса R с концентрацией частиц n_s (масса которых m_s) со скоростью V_{rel} в системе отсчёта газа. Считаем, что газ имеет изотропное распределение по скоростям в своей системе. Его концентрация n_g, а масса частиц m_g. Перейдём в систему шара, где на него налетает поток частиц. Согласно обычному определению сечения [2],

$$d(dN) = \sigma V_{rel} n_s n_g dV dt$$

есть число взаимодействий в объёме dV за время dt
Частицы взаимодействуют со скоростью $\frac{dN}{dt}$, изменяется их поток через площадку S (уменьшается из-за взаимодействия)

$$dI = -\frac{d(dN)}{dtS}$$

сам этот поток

$$I = \frac{dN}{dtS} = \frac{dx_{rel}}{dt}\frac{dN}{dx_{rel}S} = V_{rel}\frac{dN}{dV} = V_{rel}n_g$$

$$dI = -\frac{\sigma V_{rel} n_s n_g dV}{S} = -\sigma V_{rel} n_s n_g dx = -\sigma I n_s dx$$

Найдём ослабление потока на пути x (вдоль относительной скорости)

$$\int_{I_o}^{I} \frac{dI}{I} = \int_0^x (-\sigma n_s) dx$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_o}\right) = -\sigma n_s x$$

$$I = I_o e^{-\sigma n_s x}$$

Найдём ослабление потока в шаре радиуса R (где dN_r частиц прошли без взаимодействия); проведём интегрирование по центральному поперечному сечению

$$I_r = \frac{dN_r}{dt} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \rho d\rho I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \rho d\rho I_o e^{-\sigma n_s 2\sqrt{R^2-\rho^2}} = 2\pi I_o \int_0^R \frac{1}{2} e^{-\sigma n_s 2\sqrt{R^2-\rho^2}} d\rho^2 =$$

$$= I_o \pi \int_0^R \left(-e^{-\sigma n_s 2\sqrt{R^2-\rho^2}}\right) d\left(R^2-\rho^2\right) = I_o \pi \int_0^R \left(-2\sqrt{R^2-\rho^2} e^{-\sigma n_s 2\sqrt{R^2-\rho^2}}\right) d\left(\sqrt{R^2-\rho^2}\right) \equiv$$

$$\equiv I_o 2\pi \int_R^0 \left(-t e^{-\sigma n_s 2t}\right) dt = I_o 2\pi \int_0^R \frac{-t}{2\sigma n_s} d\left(e^{-\sigma n_s 2t}\right) = I_0 2\pi \frac{-1}{2\sigma n_s} \left(\left(t e^{-\sigma n_s 2t}\right)\Big|_0^R - \int_0^R e^{-\sigma n_s 2t} dt \right) =$$

$$= I_o 2\pi \frac{-1}{2\sigma n_s} \left(R e^{-\sigma n_s 2R} - \left(\frac{e^{-\sigma n_s 2t}}{-2\sigma n_s} \right)\Big|_0^R \right) = I_o 2\pi \frac{-1}{2\sigma n_s} \left(R e^{-\sigma n_s 2R} + \frac{e^{-\sigma n_s 2R}}{2\sigma n_s} - \frac{1}{2\sigma n_s} \right) =$$

$$= I_o 2\pi \left(\frac{1 - e^{-\sigma n_s 2R}}{\left(2\sigma n_s\right)^2} - \frac{R e^{-\sigma n_s 2R}}{2\sigma n_s} \right) \equiv S_k I_o$$

Исходное число частиц dN_{ro} образовывали поток

$$I_{ro} = \frac{dN_{ro}}{dt} = \pi R^2 I_o \equiv S I_o$$

Итак, в единицу времени происходит $\left(S - S_k\right) I_o$ взаимодействий, где плотность потока определяется выражением $I_o = V_{rel} n_g$

Рассмотрим подробнее столкновение двух частиц. В системе газа (где 0z противоположна скорости частицы шара) имеем

$\vec{V} = (V_{gx}, \quad V_{gy}, \quad V_{gz}) = (V \sin\theta \cos\varphi, \quad V \sin\theta \sin\varphi, \quad V \cos\theta)$ - скорость частицы газа

$\vec{V}_{rel} = (0, \quad 0, \quad -V_{rel})$ - скорость частицы шара

$\vec{V}_{cm} = \frac{\vec{V} m_g + \vec{V}_{rel} m_s}{m_g + m_s}$ - скорость центра масс частиц

Переходя в систему центра масс ($_o$), используем преобразования Галилея (здесь $\bar{m} = \frac{m_g m_s}{m_g + m_s}$ - приведённая масса)

$$\vec{V}_{og} = \vec{V} - \vec{V}_{cm} = \vec{V} - \frac{\vec{V} m_g + \vec{V}_{rel} m_s}{m_g + m_s} = \frac{\vec{V} m_s}{m_g + m_s} - \frac{\vec{V}_{rel} m_s}{m_g + m_s} = \left(\vec{V} - \vec{V}_{rel}\right) \frac{\bar{m}}{m_g}$$

$$\vec{V}_o = \vec{V}_{rel} - \vec{V}_{cm} = \vec{V}_{rel} - \frac{\vec{V} m_g + \vec{V}_{rel} m_s}{m_g + m_s} = \frac{\vec{V}_{rel} m_g}{m_g + m_s} - \frac{\vec{V} m_g}{m_g + m_s} = -\left(\vec{V} - \vec{V}_{rel}\right) \frac{\bar{m}}{m_s}$$

При столкновении по ЗСИ

$$m_g \vec{V}_{og} + m_s \vec{V}_o = m_g \vec{V}'_{og} + m_s \vec{V}'_{os}$$

$$\left(\vec{V} - \vec{V}_{rel}\right) \bar{m} + \left(-\left(\vec{V} - \vec{V}_{rel}\right) \bar{m}\right) = m_g \vec{V}'_{og} + m_s \vec{V}'_{os}$$

$$\vec{V}'_{os} = -\frac{m_g}{m_s} \vec{V}'_{og} \qquad \left(\text{или } \vec{V}'_{og} = -\frac{m_s}{m_g} \vec{V}'_{os}\right)$$

Считаем столкновение упругим, тогда по ЗСЭ

$$\frac{m_g \vec{V}_{og}^2}{2} + \frac{m_s \vec{V}_o^2}{2} = \frac{m_g \vec{V}_{og}'^2}{2} + \frac{m_s \vec{V}_{os}'^2}{2}$$

$$\frac{m_g\left(\vec{V}-\vec{V}_{rel}\right)^2\bar{m}^2}{2m_g^2}+\frac{m_s\left(\vec{V}-\vec{V}_{rel}\right)^2\bar{m}^2}{2m_s^2}=\frac{m_g\vec{V}_{og}'^2}{2}+\frac{m_s\vec{V}_{os}'^2}{2}$$

$$\bar{m}^2\left(\vec{V}-\vec{V}_{rel}\right)^2\left(\frac{1}{m_g}+\frac{1}{m_s}\right)=m_g\vec{V}_{og}'^2+m_s\vec{V}_{os}'^2$$

$$\left(\vec{V}-\vec{V}_{rel}\right)^2=\frac{m_g}{\bar{m}}\vec{V}_{og}'^2+\frac{m_s}{\bar{m}}\vec{V}_{os}'^2=\frac{m_g}{\bar{m}}\frac{m_s^2}{m_g^2}\vec{V}_{os}'^2+\frac{m_s}{\bar{m}}\vec{V}_{os}'^2=\frac{m_s}{\bar{m}}\left(\frac{m_s+m_g}{m_g}\right)\vec{V}_{os}'^2=\frac{(m_s+m_g)^2}{m_g^2}\vec{V}_{os}'^2$$

$$|\vec{V}_{os}'|=\frac{m_g|\vec{V}-\vec{V}_{rel}|}{m_s+m_g};\qquad |\vec{V}_{og}'|=\frac{m_s|\vec{V}-\vec{V}_{rel}|}{m_s+m_g}$$

Пусть здесь распределение по $\vec{V}_{og}'$ изотропно (а в силу $\vec{V}_{og}'||\vec{V}_{os}'$ и по $\vec{V}_{os}'$)
Считая, что частиц с даннми $V, \quad \varphi, \quad \theta$ много, усредним импульс частиц шара по Ω'

$$\begin{aligned}
V_{osz}' &= |\vec{V}_{os}'|\cos\theta' \\
V_{osx}' &= |\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\cos\varphi' \\
V_{osy}' &= |\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\sin\varphi'
\end{aligned}$$

$$\langle m_sV_{osz}'\rangle=\int\limits_{\Omega'}m_sV_{osz}'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_{\Omega'}m_s|\vec{V}_{os}'|\cos\theta'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi'\int\limits_0^{\pi}\sin\theta'd\theta'm_s|\vec{V}_{os}'|\cos\theta'\frac{1}{4\pi}=$$

$$=\frac{ms|\vec{V}_{os}'|}{4\pi}2\pi\int\limits_0^{\pi}\frac{1}{2}\sin 2\theta'd\theta'=0$$

$$\langle m_sV_{osx}'\rangle=\int\limits_{\Omega'}m_sV_{osx}'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_{\Omega'}m_s|\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\cos\varphi'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi'\int\limits_0^{\pi}\sin\theta'd\theta'm_s|\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\cos\varphi'\frac{1}{4\pi}=$$

$$=\frac{m_s|\vec{V}_{os}'|}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos\varphi'd\varphi'\int\limits_0^{\pi}\sin^2\theta'd\theta'=0$$

$$\langle m_sV_{osy}'\rangle=\int\limits_{\Omega'}m_sV_{osy}'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_{\Omega'}m_s|\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\sin\varphi'\frac{d\Omega'}{\Omega'}=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi'\int\limits_0^{\pi}\sin\theta'd\theta'm_s|\vec{V}_{os}'|\sin\theta'\sin\varphi'\frac{1}{4\pi}=$$

$$=\frac{m_s|\vec{V}_{os}'|}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}\sin\varphi'd\varphi'\int\limits_0^{\pi}\sin^2\theta'd\theta'=0$$

Тогда и $\langle\vec{V}_{os}'\rangle=0$
Переходим обратно в систему газа

$$\langle\vec{V}_s\rangle=\vec{V}_{cm}+\langle\vec{V}_{os}'\rangle=\vec{V}_{cm}+0=\vec{V}_{cm}=\frac{\vec{V}m_g+\vec{V}_{rel}m_s}{m_g+m_s}$$

$$\begin{aligned}
\langle\vec{V}_s\rangle_z &= \frac{V\cos\theta m_g-V_{rel}m_s}{m_g+m_s} \\
\langle\vec{V}_s\rangle_x &= \frac{V\sin\theta\cos\varphi m_g}{m_g+m_s} \\
\langle\vec{V}_s\rangle_y &= \frac{V\sin\theta\sin\varphi m_g}{m_g+m_s}
\end{aligned}$$

Считая, что частиц с данной V много, а распределение здесь изотропно, усредним их средний импульс по Ω

$$\langle m_s V_{sz} \rangle = \int\limits_{\Omega} m_s \langle \vec{V}_s \rangle_z \frac{d\Omega}{\Omega} = \int\limits_{\Omega} m_s \frac{V \cos\theta m_g - V_{rel} m_s}{m_g + m_s} \frac{d\Omega}{\Omega} =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \left(\frac{V m_s m_g}{m_g + m_s} \cos\theta - \frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s} \right) \frac{1}{4\pi} = \frac{1}{2} \int\limits_0^{\pi} \frac{V m_s m_g}{2\left(m_g + m_s\right)} \sin 2\theta d\theta -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s} \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta = -\frac{1}{2} \frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + ms} \left(-\cos\theta\right)\Big|_0^{\pi} = -\frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s}$$

$$\langle m_s V_{sx} \rangle = \int\limits_{\Omega} m_s \langle \vec{V}_s \rangle_x \frac{d\Omega}{\Omega} = \int\limits_{\Omega} m_s \frac{V \sin\theta \cos\varphi m_g}{m_g + m_s} \frac{d\Omega}{\Omega} =$$

$$= \frac{V m_g m_s}{4\pi \left(m_g + m_s\right)} \int\limits_0^{2\pi} \cos\varphi d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin^2\theta d\theta = 0$$

$$\langle m_s V_{sy} \rangle = \int\limits_{\Omega} m_s \langle \vec{V}_s \rangle_y \frac{d\Omega}{\Omega} = \int\limits_{\Omega} m_s \frac{V \sin\theta \sin\varphi m_g}{m_g + m_s} \frac{d\Omega}{\Omega} =$$

$$= \frac{V m_g m_s}{4\pi \left(m_g + m_s\right)} \int\limits_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin^2\theta d\theta = 0$$

Пусть распределение по скоростям газа, например, Гауссово, как вдали от гравитационных полей небесных тел, (заметим, что это предположение не обязательно, ведь импульс $\langle m_s \vec{V}_s \rangle$ из-за изотропности после усреднения не зависит от скоростей частиц газа $\vec{V}$ и распределение по ним может быть другим)

$$dP = A e^{-\frac{V^2}{2\sigma_v^2}} V^2 dV$$

$$1 = \int\limits_0^{\infty} A e^{-\frac{V^2}{2\sigma_v^2}} V^2 dV$$

Средний импульс одной частицы шара

$$p'_z = \int\limits_0^{\infty} A \langle m_s V_{sz} \rangle e^{-\frac{V^2}{2\sigma_v^2}} V^2 dV = \int\limits_0^{\infty} A \left(-\frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s} \right) e^{-\frac{V^2}{2\sigma_v^2}} V^2 dV = -\frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s} \int\limits_0^{\infty} A e^{-\frac{V^2}{2\sigma_v^2}} V^2 dV =$$

$$= -\frac{V_{rel} m_s^2}{m_g + m_s}$$

После одного из N столкновений импульс частицы шара изменится с $-V_{rel} m_s$ на $-V_{rel} m_s \frac{m_s}{m_g + m_s}$ (вдоль оси 0z) в единицу времени. Сила торможения

$$F_z = \frac{\Delta p N}{\Delta t} = \left(-V_{rel} m_s \frac{m_s}{m_g + m_s} - \left(-V_{rel} m_s\right) \right) \frac{N}{\Delta t} = V_{rel} \bar{m} \left(S - S_k\right) I_o \equiv \beta V_{rel}^2$$

Для простоты численных оценок разложим S_k в ряд до линейных по $\sigma n_s 2R$ слагаемых

$$S_k = 2\pi \left(\frac{1 - 1 + \sigma n_s 2R - \frac{1}{2}\left(\sigma n_s 2R\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\sigma n_s 2R\right)^3 - \cdots}{\left(2\sigma n_s\right)^2} - \frac{R\left(1 - \sigma n_s 2R + \frac{1}{2}\left(\sigma n_s 2R\right)^2 - \cdots\right)}{2\sigma n_s} \right) =$$

$$= 2\pi\left(\frac{R}{2\sigma n_s} - \frac{1}{2}R^2 + \frac{1}{6}R^2\left(\sigma n_s 2R\right) - \frac{R}{2\sigma n_s} + R^2 - \frac{1}{2}R^2\left(\sigma n_s 2R\right) + \cdots\right) =$$

$$= 2\pi\left(\frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{3}R^2\left(\sigma n_s 2R\right) + \cdots\right)$$

Тогда

$$S - S_k \approx 2\pi\frac{1}{2}R^2 - 2\pi\left(\frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{3}R^2\left(\sigma n_s 2R\right)\right) = 2\pi\frac{1}{3}R^2\left(\sigma n_s 2R\right) = \frac{4}{3}\pi R^3 \sigma n_s = \sigma N_s$$

где N_s - число частиц шара.

$$F_z = V_{rel}\frac{m_s m_g}{m_s + m_g}\left(S - S_k\right)V_{rel} n_g \approx V_{rel}^2\frac{m_g n_g}{m_s + m_g}\sigma\left(N_s m_s\right) = V_{rel}^2\frac{\rho_g}{m_s + m_g}\sigma M_s$$

где ρ_g - плотность газа, M_s - полная масса шара.
Ускорение торможения

$$\frac{F_z}{M_s} = V_{rel}^2\frac{\rho_g}{m_s + m_g}\sigma$$

Оценим для Солнца, считая, что вся его масса участвует во взаимодействиях, а его частица - протоны (нуклоны) с массой в 1GeV. Здесь основную роль играет так называемое спин-зависимое взаимодействие. Экспериментальные ограничения возьмём $\sigma = \sigma_{\chi p} < 10^{-4} \div 10^{-3}$ пикабарн (экспериментальные результаты IceCube [3], SuperKamiokande [4], Баксанский телескоп [5], ANTARES [6]) для масс частиц газа (WIMP) $1 \div 1000 GeV$; плотность энергии считаем равной $\rho_g = \rho_\chi = 0.3GeV/cm^3$.

$$\frac{F_z}{M_s} = \left(250 \cdot 10^3\frac{m}{s}\right)\frac{0.3 \cdot 10^6\frac{GeV}{m^3}}{1GeV + (1 \div 1000)GeV}\left(10^{-4} \div 10^{-3}\right)10^{-40}m^2 = (2 \cdot 10^{-31} \div 9 \cdot 10^{-28})\frac{m}{s^2}$$

Считая массу Солнца равной $2 \cdot 10^{30}kg$, найдём силу

$$F = 2 \cdot 10^{30}kg(2 \cdot 10^{-31} \div 9 \cdot 10^{-28})\frac{m}{s^2} = (0.4 \div 2 \cdot 10^3)N$$

Чтобы провести оценку для Земли, необходимо учесть её движение по орбите. Выше получили силу торможения

$$\vec{F} = -\beta\vec{V}|\vec{V}|$$

Пусть γ - угол между плоскостью эклиптики и направлением скорости $\vec{V}_g$ Солнца в системе неподвижного Гало, φ - угол между её проэкцией на эту плоскость и направлением из Солнца на Землю. Считаем, что Земля движется по круговой орбите со скоростью $\vec{V}_E$, тогда в системе, связанной с ней
$V_z = V_g \sin\gamma$ - перпендикулярно плоскости вращения
$V_x = \cos\gamma\cos\varphi + V_E$ - вдоль $\vec{V}_E$
$V_y = \cos\gamma\sin\varphi$ - перпендикулярно оси орбиты и $\vec{V}_E$

$$|\vec{V}| = V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{V_g^2\sin^2\gamma + \left(V_g\cos\gamma\cos\varphi + V_E\right)^2 + V_g^2\cos^2\gamma\sin^2\varphi} =$$

$$= \sqrt{V_g^2 + V_E^2 + 2V_g V_E\cos\gamma\cos\varphi}$$

Модуль силы

$$F = \beta\left(V_g^2 + V_E^2 + 2V_g V_E\cos\gamma\cos\varphi\right)$$

Так как $V_g = 250km/s$ а $V_E = 30km/s$, то можно считать, что $\vec{V}$ практически не меняется по направлению и

$$\langle F\rangle = \int\limits_0^{2\pi} F\frac{d\varphi}{2\pi} = \int\limits_0^{2\pi}\beta\left(V_g^2 + V_E^2 + 2V_g V_E\cos\gamma\cos\varphi\right)\frac{d\varphi}{2\pi} = \beta\left(V_g^2 + V_E^2\right)$$

Как и выше, считаем, что вся масса Земли участвует во взаимодействии, её частица - протон (нуклон) с массой в $1GeV$. Однако в данном случае оказывается важнее спин-независимое взаимодействие, и здесь ограничения на сечение сильнее. Последние экспериментальные данные CDMS [7], [8] и XENON100 [9] указывают на значения $\sigma = 2 \cdot 10^{-41} cm^2$ при массе $m_g = 9GeV$
Для ускорения

$$\frac{F_z}{M_E} = \left(V_g^2 + V_E^2\right) \frac{\rho_g}{m_E + m_g} \sigma = \left(\left(250 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(30 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2\right) \frac{0.3 \cdot 10^6 \frac{GeV}{m^3}}{1GeV + 9GeV} 2 \cdot 10^{-45} m^2 =$$

$$= 3.8 \cdot 10^{-30} \frac{m}{s^2}$$

Тогда сила

$$F_z = 3.8 \cdot 10^{-30} \frac{m}{s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg = 2.3 \cdot 10^{-5} N$$

Увеличивая массу частиц тёмной материи в рамках экспериментальных результатов, сохраняя ожидаемое значение плотности энергии, мы только уменьшаем ускорение и силу

$$\frac{F_z}{M_E} = \left(\left(250 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(30 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2\right) \frac{0.3 \cdot 10^6 \frac{GeV}{m^3}}{1GeV + 15GeV} 2 \cdot 10^{-46} m^2 = 2.4 \cdot 10^{-31} \frac{m}{s^2}$$

$$F_z = 2.4 \cdot 10^{-31} \frac{m}{s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg = 1.4 \cdot 10^{-6} N$$

Максимум получим при наименьшей экспериментальной массе частиц тёмной материи ($m_g = 7GeV$, где ограничение на сечение $\sigma = 6 \cdot 10^{-41} cm^2$). Здесь

$$\frac{F_z}{M_E} = \left(\left(250 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(30 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2\right) \frac{0.3 \cdot 10^6 \frac{GeV}{m^3}}{1GeV + 7GeV} 6 \cdot 10^{-45} m^2 = 1.4 \cdot 10^{-29} \frac{m}{s^2}$$

$$F_z = 1.4 \cdot 10^{-29} \frac{m}{s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg = 8.4 \cdot 10^{-5} N$$

Выше предполагалось, что частица Земли - свободный протон, однако протоны и нейтроны вещества связаны в ядра атомов. Оценим силу для каждого вида атомов отдельно. Тогда и сечение будет разным [10], определим его по формуле

$$\sigma_A = \sigma A^2 \left(\frac{m_g m_A}{m_g + m_A}\right)^2 \left(\frac{m_g + m_p}{m_g + m_p}\right)^2 = \sigma A^4 \left(\frac{m_g + m_p}{m_g + m_A}\right)^2$$

где m_A - масса ядра с атомным весом A, m_p- масса протона. Оценим сечение для основных составляющих Земли.
Железо ($\omega_{Fe} = 32.1\%$):

$$\sigma_{Fe} = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (56)^4 \left(\frac{9+1}{9+56}\right)^2 = 4.7 \cdot 10^{-40} m^2$$

Кислород ($\omega_O = 30.1\%$):

$$\sigma_O = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (16)^4 \left(\frac{9+1}{9+16}\right)^2 = 2.1 \cdot 10^{-41} m^2$$

Кремний ($\omega_{Si} = 15.1\%$):

$$\sigma_{Si} = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (28)^4 \left(\frac{9+1}{9+28}\right)^2 = 9.0 \cdot 10^{-41} m^2$$

Магний ($\omega_{Mg} = 13.9\%$):

$$\sigma_{Mg} = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (24)^4 \left(\frac{9+1}{9+24}\right)^2 = 6.1 \cdot 10^{-41} m^2$$

Сера ($\omega_S = 2.9\%$):

$$\sigma_S = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (32)^4 \left(\frac{9+1}{9+32}\right)^2 = 1.2 \cdot 10^{-40} m^2$$

Никель ($\omega_{Ni} = 1.8\%$):

$$\sigma_{Ni} = 2 \cdot 10^{-45} m^2 (59)^4 \left(\frac{9+1}{9+59}\right)^2 = 5.2 \cdot 10^{-40} m^2$$

Тогда силу торможения найдём, суммируя

$$F = F_{Fe} + F_O + F_{Si} + F_{Mg} + F_S + F_{Ni} = \left(V_g^2 + V_E^2\right) \rho_g \Big(\frac{\omega_{Fe}}{m_{Fe} + m_g} +$$

$$+ \frac{\omega_O}{m_O + m_g} + \frac{\omega_{Si}}{m_{Si} + m_g} + \frac{\omega_{Mg}}{m_{Mg} + m_g} + \frac{\omega_S}{m_S + m_g} + \frac{\omega_{Ni}}{m_{Ni} + m_g} \Big) M_E$$

где ω - массовая доля каждого элемента. Подставляя вышеуказанные численные значения, находим ускорение

$$\frac{F}{M_E} = 6.5 \cdot 10^{-26} \frac{m}{s^2}$$

и силу

$$F = 6.5 \cdot 10^{-26} \frac{m}{s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg = 0.39 N$$

Как видно, значения замедляющей силы чрезвычайно малы и способны даже за такое большое время, как время жизни Вселенной ($\approx$13 млрд. лет= $4 \cdot 10^{17}$с), уменьшить скорости небесных тел (Земли и Солнца) лишь на десятки нанометров в секунду. Однако раньше, когда концентрации и скорости частиц тёмной материи были больше, именно она могла сыграть определяющую роль в эволюции Вселенной.

Список литературы

[1] ”Природа.” 2001. №7. стр.10-19.

[2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теоретическая физика., т.2 М. "Наука".

[3] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 131302 [arXiv:1212.4097 [astro-ph.HE]].

[4] T. Tanaka *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Astrophys. J. **742** (2011) 78 [arXiv:1108.3384 [astro-ph.HE]].

[5] M. M. Boliev, S. V. Demidov, S. P. Mikheyev and O. V. Suvorova, arXiv:1301.1138 [astro-ph.HE].

[6] S. Adrian-Martinez *et al.* [ANTARES Collaboration], arXiv:1302.6516 [astro-ph.HE].

[7] R. Agnese *et al.* [CDMS Collaboration], [arXiv:1304.3706 [astro-ph.CO]].

[8] R. Agnese *et al.* [CDMS Collaboration], [arXiv:1304.4279 [hep-ex]].

[9] E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 181301 [arXiv:1207.5988 [astro-ph.CO]].

[10] G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, Phys. Rept. **267** (1996) 195 [hep-ph/9506380].