Сигнал зарождения горячей Вселенной в реликтовых гравитационных волнах

Курсовая работа

Маркин Иван Владимирович

Научный руководитель: Горбунов Дмитрий Сергеевич

15 мая 2013 г.

Постановка задачи

1. Инфляция предполагает период существования частицы (инфлатона) на ранних стадиях эволюции Вселенной

Постановка задачи

1. Инфляция предполагает период существования частицы (инфлатона) на ранних стадиях эволюции Вселенной
2. Значит, образуются сгустки (гало) в результате гравитационной неустойчивости

Постановка задачи

1. Инфляция предполагает период существования частицы (инфлатона) на ранних стадиях эволюции Вселенной
2. Значит, образуются сгустки (гало) в результате гравитационной неустойчивости
3. Однако при разогреве эти структуры исчезают

Постановка задачи

1. Инфляция предполагает период существования частицы (инфлатона) на ранних стадиях эволюции Вселенной
2. Значит, образуются сгустки (гало) в результате гравитационной неустойчивости
3. Однако при разогреве эти структуры исчезают
4. Но...

Постановка задачи

1. Согласно ОТО, при в процессе образования структур испускаются гравитационные волны (ГВ). Поскольку гравитоны крайне слабо взаимодействуют с веществом, *ГВ затухают очень медленно.*

Постановка задачи

1. Согласно ОТО, при в процессе образования структур испускаются гравитационные волны (ГВ). Поскольку гравитоны крайне слабо взаимодействуют с веществом, *ГВ затухают очень медленно.*
2. Тогда они должны "выжить" после разогрева

Постановка задачи

1. Согласно ОТО, при в процессе образования структур испускаются гравитационные волны (ГВ). Поскольку гравитоны крайне слабо взаимодействуют с веществом, *ГВ затухают очень медленно.*
2. Тогда они должны “выжить” после разогрева
3. Их можно обнаружить?

Постановка задачи

1. Согласно ОТО, при в процессе образования структур испускаются гравитационные волны (ГВ). Поскольку гравитоны крайне слабо взаимодействуют с веществом, *ГВ затухают очень медленно.*
2. Тогда они должны “выжить” после разогрева
3. Их можно обнаружить?
4. Уже завтра?

Излучение ГВ

Природа излучения - квадрупольная, вследствие сохранения полного импульса и полного момента импульса.
Выражение для амплитуды ([4 V. Ferrari, The quadrupole formalism to binary systems]

$$h \simeq \frac{G}{2c^4}(\ddot{I}_{ij} - \frac{1}{3}\ddot{I}_{kk}\delta_{ij})\frac{n_i n_j}{|\mathbf{x}|} \tag{1}$$

где $I_{ij} = \int \rho(3r_i r_j - r^2\delta_{ij})\, d^3\mathbf{r}$ - квадрупольный момент системы.

В контексте данной задачи существуют три основных механизма излучения ГВ:

1. Коллапс неоднородностей

В контексте данной задачи существуют три основных механизма излучения ГВ:

1. Коллапс неоднородностей
2. Вращение, слияние двойной системы

В контексте данной задачи существуют три основных механизма излучения ГВ:

1. Коллапс неоднородностей
2. Вращение, слияние двойной системы
3. Распад (испарение) гало

В контексте данной задачи существуют три основных механизма излучения ГВ:

1. Коллапс неоднородностей
2. Вращение, слияние двойной системы
3. Распад (испарение) гало

Рассмотрим более реалистичный (далее) случай - коллапс тела с явными отклонениями от сферы.
Модель: эллипсоид с гауссовым распределением плотности по осям с различными отклонениями $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\grave{x}^2}{\sigma_a^2} + \frac{\grave{y}^2}{\sigma_b^2} + \frac{\grave{z}^2}{\sigma_c^2}\right)\right), \tag{2}$$

где ρ_0 - плотность в центре эллипсоида, $A = (2\pi)^{\frac{3}{2}}\sigma_a\sigma_b\sigma_c = 10^{-15}\frac{\pi}{6}l_H^3$ - нормировочная константа, l_H - линейный размер горизонта.

Пусть наблюдатель находится на оси **x**, тогда интересующая нас компонента квадрупольного момента

$$I_{xx} = I_0 = \int \rho(2\grave{x}^2 - \grave{y}^2 - \grave{z}^2)\, d\grave{x}\, d\grave{y}\, d\grave{z}$$

Пусть наблюдатель находится на оси **x**, тогда интересующая нас компонента квадрупольного момента

$$I_{xx} = I_0 = \int \rho(2\grave{x}^2 - \grave{y}^2 - \grave{z}^2)\, d\grave{x}\, d\grave{y}\, d\grave{z}$$

$$I_0 = A\rho_0(2\sigma_a^2 - \sigma_b^2 - \sigma_c^2) \tag{3}$$

Точное решение - только для сферически симметричного случая (решение Толмана). Будем считать для нашего случая также, что радиальная координата в сопутствующих координатах

$$r \propto (\tau_0 - \tau)^{\frac{2}{3}}$$

Точное решение - только для сферически симметричного случая (решение Толмана). Будем считать для нашего случая также, что радиальная координата в сопутствующих координатах

$$r \propto (\tau_0 - \tau)^{\frac{2}{3}}$$

Воспользуемся оценкой второй производной

$$\ddot{I}_{ij} \approx \frac{I(t_{coll}) - 2I(t_{coll}/2) + I(0)}{t_{coll}^2}$$

Точное решение - только для сферически симметричного случая (решение Толмана). Будем считать для нашего случая также, что радиальная координата в сопутствующих координатах

$$r \propto (\tau_0 - \tau)^{\frac{2}{3}}$$

Воспользуемся оценкой второй производной

$$\ddot{I}_{ij} \approx \frac{I(t_{coll}) - 2I(t_{coll}/2) + I(0)}{t_{coll}^2}$$

В результате получим

$$\ddot{I}_{ij} \approx \frac{0.2 I_0}{t_{coll}^2} \qquad (4)$$

Пренебрегая вращениями при коллапсе, можем считать, что излучение имеет вид всплеска с характерным временем t_{coll} и частотой

$$f \simeq \frac{1}{t_{coll}} \tag{5}$$

Пусть изначально поле неоднородностей гауссово, тогда распределение вероятности собственных значений λ_i тензора деформаций Зельдовича (Дорошкевич 1970):

$$p(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) = \frac{15^3}{8\pi\sqrt{5}\sigma^6}\exp(-\frac{3\delta^2}{\sigma^2}+\frac{15T}{2\sigma^2})\times(\lambda_1-\lambda_2)\times(\lambda_2-\lambda_3)\times(\lambda_1-\lambda_3), \tag{6}$$

где

$$\delta \equiv \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3$$

$$T \equiv \lambda_1\lambda_2+\lambda_2\lambda_3+\lambda_1\lambda_3$$

Введя размерную нормировочную константу k:

$$\vec{\sigma} = k\vec{\lambda},$$

получим среднее значение начального квадрупольного момента в направлении x

$$\bar{I}_0 = A\rho_0 k^2 \int_0^\infty d^3\lambda \, p(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \times (2\lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2) \qquad (7)$$

Поскольку интеграл (7) имеет очень громоздкий вид, воспользуемся оценкой, считая, что среднее значение - наивероятнейшее значение. В результате получим

$$\bar{I}_0 \approx 1.24 A \rho_0 k^2 \sigma^2 \tag{8}$$

Зная, что на линейной стадии

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho} \propto a(t),$$

получим, что

$$a_f = 10^5 \times a_i. \tag{9}$$

Коллапсирующих неоднородностей под горизонтом на момент a_f равно 10^{15}. Таким образом, характерное среднее расстояние между источниками

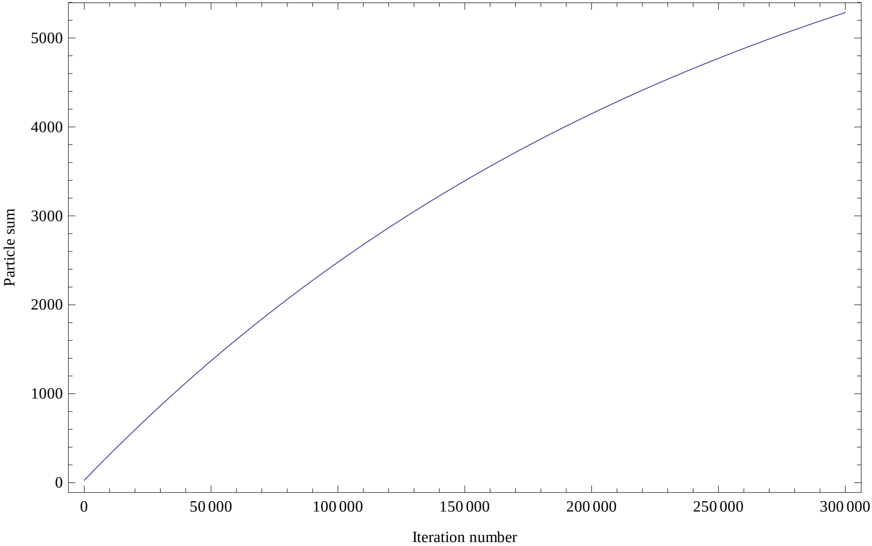
$$d = 10^{-5} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{M_{Pl}}{T^2} = 1.6 \times 10^{-21} \text{ м} \tag{10}$$

Все неоднородности находятся на хаотичном расстоянии друг от друга, однако существует среднее расстояние d между ними. Воспользуемся моделью решетки, в узлах которой находятся неоднородности. найдем суммарный вклад от всех источников как

$$\bar{r}^{-1} = \frac{8}{d} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{i^2 + j^2 + k^2}} \tag{11}$$

Полученный ряд - разновидность постоянной Моделунга. Как известно, данный ряд сходится очень медленно. Найдем первые частичные суммы.

Усреднение по Вселенной
Вклад от всех источников



Как видно из графика, зависимость похожа на закон распада

$$y = y_0 - A\exp(-\frac{x}{\tau})$$

Найдем горизонтальную асимптоту

$$y_0 = 7709.7 \pm 0.4$$

И, в результате

$$\bar{r}^{-1} \approx \frac{6.17 \times 10^4}{d} = \chi d^{-1} \tag{12}$$

Ожидаемый спектр

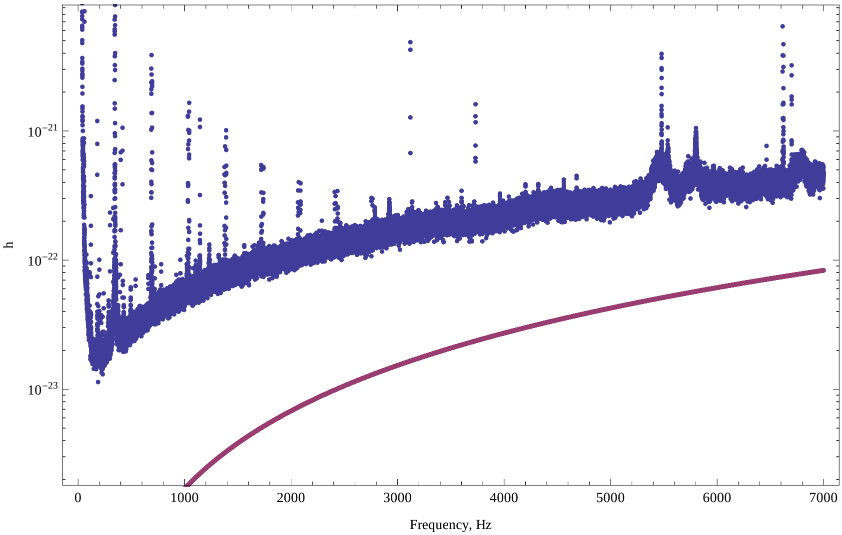
Объединяя все вышесказанное, получим АЧХ для рассматриваемых гравитационных волн:

$$h_{sbo} = \frac{1}{3} \times 10^{-10} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{\frac{2}{3}} \chi l_H^2 \frac{G}{c^4} \rho_0 k^2 \sigma^2 \left(\frac{T_0}{T}\right)^3 \times f^2 \tag{13}$$

$$h_{sbo} = 1.7 \times 10^{-30} \mathrm{c}^2 \times f^2 \tag{14}$$

Ожидаемый спектр

Когда мы увидим (услышим) гравитационные сигналы?



Дальнейшая работа
Перспективы

1. Уточнение оценки в приближении Зельдовича

1. Уточнение оценки в приближении Зельдовича
2. Предотвращение ультрафиолетовой катастрофы

1. Уточнение оценки в приближении Зельдовича
2. Предотвращение ультрафиолетовой катастрофы
3. Оценка с помощью энергетического подхода

1. Уточнение оценки в приближении Зельдовича
2. Предотвращение ультрафиолетовой катастрофы
3. Оценка с помощью энергетического подхода
4. Аналитическое решение коллапса эллипсоида в рамках ОТО

1. Уточнение оценки в приближении Зельдовича
2. Предотвращение ультрафиолетовой катастрофы
3. Оценка с помощью энергетического подхода
4. Аналитическое решение коллапса эллипсоида в рамках ОТО
5. Учет тонких эффектов (ранние коллапсы, полный учет спектра мощности)

Использованная литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля
2. B.F. Schultz, American Journal of Physics (1984)
3. Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной
4. V. Ferrari, The quadrupole formalism applied to binary systems
5. Дорошкевич А. Г., Астрофизика (1970)
6. Ya. B. Zeldovich, Astronomy & Astrophysics (1969)

Большое спасибо за внимание!