МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Физический факультет
Кафедра физики частиц и космологии

Булат Матвей Владимирович

Гравитационное рождение частиц тёмной материи в расширяющейся Вселенной

Курсовая работа

Научный руководитель:

кандидат физ.- мат. наук

Панин Александр Григорьевич

Москва 2012 год

Оглавление

1.Введение

Одной из загадок современной физики является природа тёмной материи. Ожидается, что темную материю составляют стабильные или практически стабильные частицы, отсутствующие в Стандартной модели физики элементарных частиц. Список возможных кандидатов на роль темной материи составляют экзотические частицы, массы которых варьируются в пределах от ультра малых значений порядка $10^5 - 10^6$ эВ (аксионы) до сверхбольших значений в районе 10^{13} ГэВ.

Поскольку на сегодняшний день нет какой-либо экспериментальной информации о свойствах темной материи, вопрос о механизме её образования во Вселенной остаётся открытым. Одним из возможных механизмов является рождение частиц темной материи в эпоху постинфляционного разогрева. Так, после инфляции однородное поле инфлатона осциллирует вблизи минимума потенциала, рождая частицы материи. Процесс рождения скалярных частиц в эту эпоху может иметь взрывной характер при условии достаточно сильного взаимодействия между инфлатоном и полем материи. Однако, как было отмечено в литературе, рождение частиц темной материи может происходить за счет одного гравитационного взаимодействия. Так, в работе [1] был исследован процесс гравитационного рождения скалярных частиц для случая минимального и конформного взаимодействия с гравитацией. В настоящей работе предлагается исследовать этот процесс, когда постоянная неминимального взаимодействия с гравитацией является свободным параметром.

Постановка задачи

В задаче предлагается рассмотреть процесс гравитационного рождения свободных скалярных частиц после инфляционной стадии на квадратичном потенциале. Интерес представляет случай, когда эти частицы неминимально взаимодействуют с гравитацией, причем константа этого взаимодействия является свободным параметром. Для того чтобы эти частицы описывали темную материю, вклад их плотности энергии в полную плотность в момент рождения должен быть мал. Следовательно, обратным влиянием рожденных частиц на расширение Вселенной и динамику инфлатонного поля можно пренебречь. Для описания процесса рождения частиц используется аппарат, основанный на так называемых преобразованиях Боголюбова [2]. Конечной целью данного исследования является получение значений массы скалярных частиц — возможных кандидатов на роль темной материи — в зависимости от постоянной неминимального взаимодействия.

2. Описание процесса рождения скалярных частиц

Рассматривается модель плоской однородной изотропной Вселенной, с метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера:

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - d\vec{x}^2) \qquad (1)$$

Предположим, что на ранних этапах эволюции была инфляционная стадия. За эту стадию ответственно поле ϕ, для которого выбираем в следующем виде:

$$S_\phi = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{m_\phi{}^2\phi^2}{2}\right) \qquad (2)$$

Во всех численных расчётах полагаем $m_\phi = 10^{13}$ГэВ, что отвечает правильной нормировке спектра скалярных возмущений. Отметим, что по окончании инфляции однородное инфлатонное поле начинает осциллировать вокруг минимума потенциала. В этом случае расширение Вселенной происходит по закону, соответствующему доминированию нерелятивистского вещества.

Действие для поля тёмной материи запишем в виде,

$$S_X = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\partial_\mu X\,\partial^\mu X - \frac{m_X{}^2}{2} X^2 + \frac{\xi}{2} R X^2\right) \qquad (3)$$

где последнее слагаемое отвечает неминимальному взаимодействию с гравитацией. В дальнейшем мы рассматриваем $0 \leq \xi \lesssim 150$. Действительно, как было отмечено в работе [3], отрицательные значения ξ отвечают неадибатической эволюции скалярных возмущений с длиной волны, большей размера горизонта, в то время как значения $\xi \gtrsim 150$, как будет показано ниже, приводят к рождению горячей тёмной материи, что феноменологически неприемлемо.

После замены:

$$X = \frac{S(\eta, x)}{a(\eta)} \qquad (4)$$

уравнение движения, которое следует из действия (3) принимает вид:

$$S'' - \Delta S + \left(a^2 m^2 - \left(\frac{1}{6} - \xi\right)\frac{a''}{a}\right) S = 0\,, \qquad (5)$$

где S'- производная по конформному времени.
Для решения этого уравнения удобно сделать Фурье-преобразование:

$$S(\eta,\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int d^3p(\,\hat{a}_p S_p(\eta)e^{-i\vec{p}\vec{x}} + \hat{a}_p^{\dagger} S_p^*(\eta)e^{i\vec{p}\vec{x}})\,, \quad (6)$$

где $\hat{a}_p$ и $\hat{a}_p^{\dagger}$ - операторы уничтожения и рождения.

$S_p(\eta)$ удовлетворяет уравнению осциллятора:

$$S_p'' + \omega_p^2(\eta)S_p = 0 \quad (7)$$

где

$$\omega_p^2(\eta) = \left(p^2 + a^2m^2 - \left(\frac{1}{6} - \xi\right)\frac{a''}{a}\right) \ (7a)$$

В случае

$$\frac{|\omega\prime|}{\omega^2} \ll 1 \quad (8)$$

справедливо адиабатическое приближение и решение уравнения (7) имеет вид:

$$S_p = \frac{1}{\sqrt{2\omega}}e^{-i\int \omega d\eta} \quad (9)$$

Отметим, что это условие является необходимым для того чтобы определить само понятие частицы. В этом режиме число частиц в сопутствующем объёме сохраняется. Тогда плотность числа частиц выражается формулой:

$$n_X = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}a^3}\int d^3p\left|\beta_p\right|^2 = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}a^3}\int 4\pi^2 dp\left|\beta_p\right|^2 \quad (10)$$

где

$$\left|\beta_p\right|^2 = \frac{\left|S'_p\right|^2 + \omega^2\left|S_p\right|^2}{2\omega} - \frac{1}{2} \quad (11)$$

- коэффициент Боголюбова [1]

Заметим, что для интересующих нас значений конформного импульса адиабатическая эволюция справедлива за некоторое время до конца инфляции. Таким образом, предполагая изначальное отсутствие частиц тёмной материи во Вселенной, имеем граничное условие (9) на функцию $S_p(\eta)$ в бесконечно удалённом прошлом. Аналогично, адиабатическая эволюция наступает глубоко на материально-доминированной стадии.

Отметим, что сразу по окончанию инфляции $\frac{a''}{a}$ в формуле для частоты (7а) является осциллирующей функцией конформного времени. Амплитуда этих осцилляций падает, однако для ненулевых значений константы неминимального взаимодействия и $m_X < m_\phi$ существуют интервалы времени, когда квадрат частоты принимает отрицательные значения. В эти моменты времени плотность числа частиц экспоненциально растет. В этом режиме результирующее число частиц практически не зависит от их массы, а зависимость от константы неминимального взаимодействия должна быть экспоненциальной.

Для дальнейших вычислений удобно ввести величину:

$$\tilde{\rho} = m_\phi n_X(t) \qquad (12)$$

Тогда отношение этой величины к плотности энергии инфлатона будет примерно постоянным вплоть до момента разогрева:

$$\frac{\tilde{\rho}_X}{\rho_\phi} = \alpha = \mathrm{const} \qquad (13)$$

Для того чтобы найти современную концентрацию тёмной материи используем отношение плотности числа частиц к энтропии, которое в момент разогрева даётся выражением:

$$\frac{n_X}{s} = \mathrm{const} = \frac{3}{2}\alpha\frac{T}{m_\phi} \qquad (14)$$

Это отношение также является постоянным. Используя это, находим относительный вклад плотности энергии тёмной материи в полную плотность энергии Вселенной в настоящий момент времени:

$$\Omega_{DM} = \frac{\rho_{DM}}{\rho_c} = \frac{m_X n_X}{\rho_c} = \frac{m_X n_X}{\rho_c S_0} s_0 = \frac{3}{2}\frac{m_X s_0}{\rho_c}\alpha\frac{T}{m_\phi} \qquad (15)$$

откуда следует, что масса частиц тёмной материи равна:

$$m_X = \frac{2}{3}\Omega_{DM}\frac{\rho_c}{s_0}\frac{1}{\alpha}\frac{m_\phi}{T}. \qquad (16)$$

Формула (16) определяет связь массы скалярной частицы — кандидата на роль темной материи — и константы неминимального взаимодействия.

Итак, алгоритм вычисления плотности числа рожденных частиц в рассматриваемой модели заключается в следующем. Решая уравнение (7) для различных m_X и ξ получаем значения плотности числа частиц. Далее находим α по формуле (13), которую подставляем в выражение (16). Таким образом, получаем область параметров m_X и ξ, отвечающую тому, что введенные скалярные частицы X составляют тёмную материю.

3. Численные расчёты

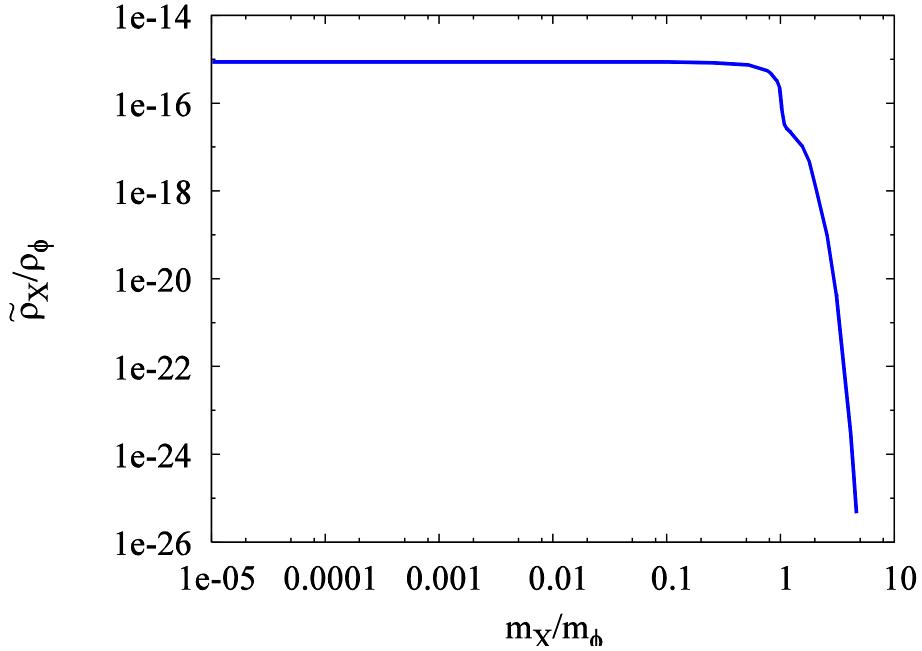

Рис.1 Зависимость $\alpha(m_X)$ для $\xi = 10$.

Как было отмечено в предыдущем параграфе, основное рождение частиц в данной модели происходит сразу по окончании инфляции. В моменты времени, когда квадрат частоты (7а) становится отрицательным, плотность числа частиц экспоненциально растет. Отсюда следует, что результирующее число частиц крайне чувствительно к временной зависимости эффективной частоты ω_p^2 в эту эпоху. Для более точного описания процесса рождения частиц в данной модели мы используем численные расчеты. Так, решая численно систему уравнений, состоящую из уравнения движения инфлатонного поля и уравнения Фридмана, получаем точную зависимость масштабного фактора от времени, которую подставляем в уравнение (7). Далее, решая это уравнение с граничным условием (9) для различных m_X и ξ, вычисляем плотность числа рожденных частиц по формуле (10).

На рис.1 показана зависимость α от m_X для $\xi = 10$. Видно, что для малых значений масс скалярных частиц параметр α постоянен. При $m_X \simeq m_\phi$ зависимость $\alpha(m_X)$ является экспоненциальной. Действительно, для достаточно больших значений массы скалярной частицы и фиксированном значении ξ, квадрат частоты (7а) остается положительным в течении всего времени эволюции Вселенной. В этом случае динамика поля X качественно ничем не отличается от случая поля с конформным значением постоянной неминимального взаимодействия, для которого известно, что зависимость плотности числа частиц от массы является экспоненциальной [4].

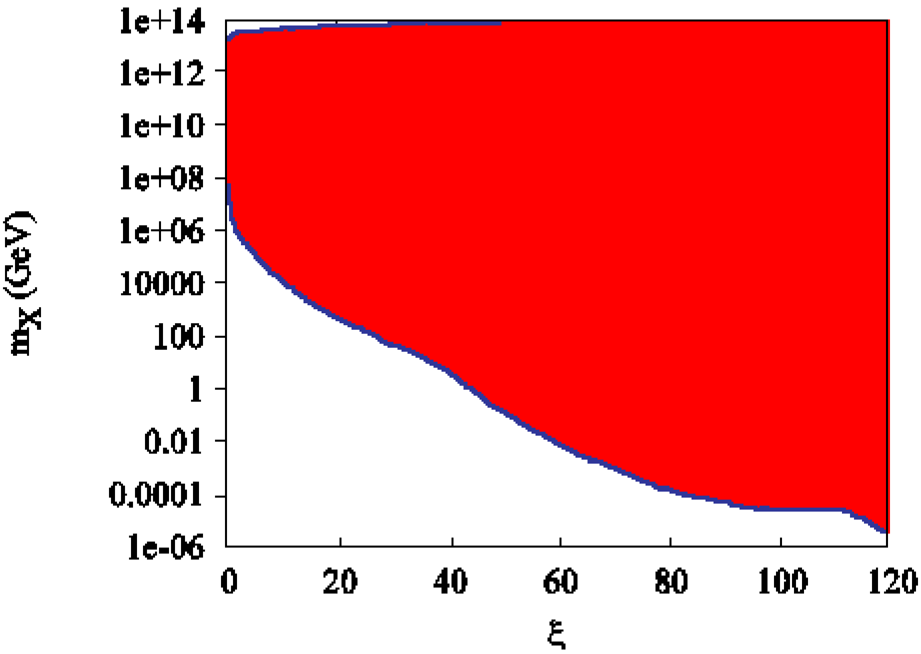

Рис.2 Зависимость m_X *от параметра* ξ *для температуры разогрева* $T = 10^9$ ГэВ*.*
Закрашенная область соответствует космологически запрещённым значениям масс.

Наш конечный результат для возможных значений масс тёмной материи представлен на рисунке 2 синей линией. Результат приведён для температуры разогрева $T = 10^9$ ГэВ. Красным цветом обозначена область параметров, для которых плотность энергии рождённых частиц превышает наблюдаемую. Из рисунка видно, что зависимость массы тёмной материи от ξ является экспоненциальной. Исключение составляет область, отвечающая значениям $100 \lesssim \xi \lesssim 110$, для которой $\mathrm{m_X}$ практически не зависит от ξ. Этим значениям константы неминимального взаимодействия соответствует масса тёмной материи $\mathrm{m_X} \simeq 20$ кэВ, что отвечает тёплой тёмной материи. Отметим, что тёплая тёмная материя является более предпочтительной для описания явлений на малых масштабах, таких как отсутствие сателлитов [4], галактический профиль плотности [5], угловой момент спиральных галактик [6]. Для значений $\xi \gtrsim 120$ масса рождённых частиц соответствует горячей тёмной материи, что не представляет космологического интереса.

4. Заключение.

В заключении перечислим основные результаты курсовой работы.

1. Исследован механизм гравитационного рождения скалярных частиц при больших значениях константы неминимального взаимодействия в модели инфляции с квадратичным потенциалом.
2. Получена область возможных масс частиц – кандидатов на роль тёмной материи – для различных значений константы неминимального взаимодействия ξ. Показано, что зависимость массы от константы неминимального взаимодействия является экспоненциальной, за исключением значений $100 \lesssim \xi \lesssim 110$.
3. Показано, что для различных значений ξ из интервала $100 \lesssim \xi \lesssim 110$ плотность числа рождённых скалярных частиц с хорошей точностью одинакова. Для тёмной материи этот интервал соответствует массам $\mathrm{m_X} \simeq 20$ кэВ. Частицы с такой массой являются хорошими кандидатами на роль тёплой тёмной материи.

4. Список используемой литературы:

[1] V. Kuzmin, I. Tkachev, Phys. Rev. D59, 123006 (1999). [hep-ph/9809547].

[2] Д. С. Горбунов, [2] В. А. Рубаков. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва (URSS, Москва, 2008).

[3] A. A. Starobinsky, S. Tsujikawa, J. ’i. Yokoyama, Nucl. Phys. B610, 383-410 (2001).

[astro-ph/0107555])

[4]G. Kauffmann, S. D. M. White and B. Guiderdoni, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 264,

201 (1993); A. A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela and F. Prada, Astrophys. J.

522, 82 (1999) [arXiv:astro-ph/9901240]; B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake,

T. Quinn, J. Stadel and P. Tozzi, Astrophys. J. 524, L19 (1999); J. Diemand, M. Kuhlen

and P. Madau, Astrophys. J. 657 (2007) 262 [arXiv:astro-ph/0611370].

[5] B. Moore, Nature 370 (1994) 629; W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, A. Bosma

and V. C. Rubin, Astrophys. J. 552 (2001) L23 [arXiv:astro-ph/0103102]; J. D. Simon, A. D. Bolatto, A. Leroy, L. Blitz and E. L. Gates, Astrophys. J. 621 (2005) 757

[arXiv:astro-ph/0412035].

[6] J. Sommer-Larsen and A. Dolgov, Astrophys. J. 551 (2001) 608 [arXiv:astroph/9912166]; D. N. Chen and Y. P. Jing, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 336 (2002)

55 [arXiv:astro-ph/0201520]; M. Goetz and J. Sommer-Larsen, Astrophys. Space Sci.

284 (2003) 341 [arXiv:astro-ph/0210599].