Двумерное туннелирование в адиабатическом приближении.

Кудрявцев Д.Н.
Руководитель: Левков Д. Г.

Физфак МГУ

Москва, 2013

Постановка задачи.

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2(x) y^2, \qquad (1)$$

$$\omega(x) = \omega_0 + \frac{\omega_1}{\mathrm{ch}^2(x/l)}, \qquad (2)$$

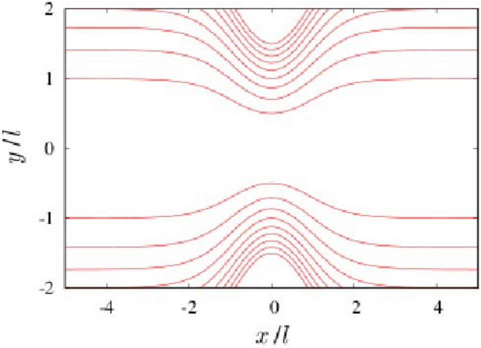

Рис.: Потенциал системы (1).

Постановка задачи.

Адиабатическое приближение

$$g = \frac{\dot{\omega}}{\omega^2} \sim \frac{1}{I} \ll 1, \tag{3}$$

эффективно одномерно

$$I = \frac{E_y}{\omega}, \tag{4}$$

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + I\omega(x). \tag{5}$$

Постановка задачи.

Квазиклассическое приближение:

$$\frac{\hbar p_x'}{p_x^2} \sim \frac{\sqrt{\hbar}}{l\sqrt{m\omega_0 n}} \ll 1. \tag{6}$$

Область пересечения квазиклассического и адиабатического приближений:

$$g = \frac{\dot{\omega}}{\omega^2} \sim \frac{\sqrt{\hbar} n}{l\sqrt{m\omega_0}} \ll 1 \tag{7}$$

$$gn \ll 1. \tag{8}$$

Адиабатические переходы с изменением числа заполнения осциллятора.

Ищем решение уравнения Шредингера в виде

$$\psi(x,y) = \sum_n \psi_n(y) c_n(x), \tag{9}$$

$\psi_n(y)$ — собственные функции мгновенного гамильтониана

$$H_y = \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2(x) y^2,$$

c_n — число заполнения n-го уровня.

Адиабатические переходы с изменением числа заполнения осциллятора.

Уравнение

$$\left(E - \hbar\omega(x)\left(n + \frac{1}{2}\right)\right) c_n =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\left(c_n'' + \frac{\omega'}{2\omega}\left(c_{n+2}'\sqrt{(n+1)(n+2)} - c_{n-2}'\sqrt{n(n-1)}\right)\right). \tag{10}$$

Решение в нулевом порядке

$$c_n^{(0)}(x) = A_n^+ e^{\int_{x_0}^{x}\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(\hbar\omega(x')\left(n+\frac{1}{2}\right)-E\right)}dx'} + A_n^- e^{-\int_{x_0}^{x}\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(\hbar\omega(x')\left(n+\frac{1}{2}\right)-E\right)}dx'}. \tag{11}$$

Первый порядок

$$A_n^{\pm}(x) \sim \int_{x_0}^{x} \# \frac{\omega'(x')}{\omega(x')} A_{n-2}^{\pm}(x')dx'. \tag{12}$$

Вычисления с помощью метода Ландау.

Матричный элемент

$$w_{mn} =< m|\delta V|n >, \tag{13}$$

Возмущение гамильтониана

$$\delta V = \frac{m\omega_1\omega_0 y^2}{\mathrm{ch}^2(x/l)}. \tag{14}$$

$$w_{mn} \sim e^{-\frac{1}{\hbar}\frac{\pi l\sqrt{2m}}{2}\left(\sqrt{E-\hbar\left(m+\frac{1}{2}\right)}-\sqrt{E-\hbar\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right)} \times$$
$$\times(\sqrt{n(n-1)}\delta_{m,n-2} + \sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{m,n+2} + (2n+1)\delta_{m,n}). \tag{15}$$

Переходы в квазиклассическом и адиабатическом приближениях.

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \hbar\omega(x)\left(n + \frac{1}{2}\right). \tag{16}$$

1) Адиабатическое движение от точки x_0 до x_1.
2) Неадиабатическое движение от точки x_1 до x_2 в окрестности точки x_*.
3) Адиабатическое движение от точки x_2.