Нестабильность вращающихся бозе-звёзд

Пушная Е.К.
443 группа

МГУ им. М. В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра физики частиц и космологии

Научные руководители: Левков Д.Г., Панин А.Г.
Рецензент: Нугаев Э.Я.

Москва 2020 г.

Введение

- Бозе-звёзды - это гравитационно связанные сгустки конденсата Бозе - Эйнштейна [1,2].
- В данной работе мы остановим внимание на нерелятивистских бозе-звёздах [6].
- Такие объекты могут появляться во Вселенной при конденсации бозонов тёмной материи, например, аксионов [7].
- Они могут сформироваться в центре структур тёмной материи [8].
- Исследование способов наблюдения бозе-звёзд и их физики является активно развивающимся разделом космологии [7,8,9,10,11].

Мы рассмотрим вращающуюся бозе-звезду в нерелятивистском случае и получим численно её профиль в 3+1 измерениях. Мы покажем также, что все звёзды с ненулевым угловым моментом распадаются.
Мы будем работать в системе $\hbar = c = k = 1$.

Постановка задачи

$$i\partial_t \psi = -\frac{\Delta\psi}{2m} + mU\psi, \tag{1a}$$

$$\Delta U = 4\pi m G |\psi|^2, \tag{1b}$$

При этом массу звезды и её энергию мы определяем как:

$$M = m \int d^3x |\psi|^2,$$

$$E = \int d^3x \left[|\nabla\psi|^2/2m + mU|\psi|^2/2 \right].$$

Вращающееся решение

Запишем стационарное решение уравнений (1) в виде:

$$\psi(r, \phi, z, t) = \psi_s(r, z) e^{il\phi - i\omega t}.$$

Подставляя данный анзац в систему, мы получаем уравнение на $\psi_s(r, z)$.

$$\omega\psi_s = -\frac{\Delta_{rz}\psi_s}{2m} + \frac{l^2}{2mr^2}\psi_s + mU\psi_s,$$

$$\Delta_{rz}U = 4\pi m G|\psi_s|^2.$$

Эти уравнения мы будем решать численно, но сначала их нужно обезразмерить. В итоге получится:

$$\Delta_{rz}\psi_s = \frac{l^2}{r^2}\psi_s + 2U\psi_s,$$

$$\Delta_{rz}U = 4\pi|\psi_s|^2.$$

Звезда с l=0

Если положить в уравнениях l=0, задача сводится к одномерной и потому легко решается.

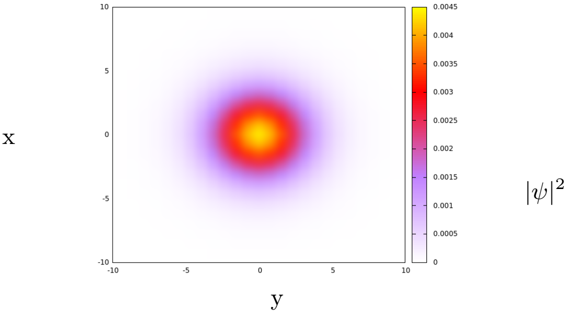

Рис. 1: Сечение звезды с l=0: $|\psi|^2$

Звезда с l=1

Полагая в уравнении l=1, мы приходим к первой из вращающихся звёзд.

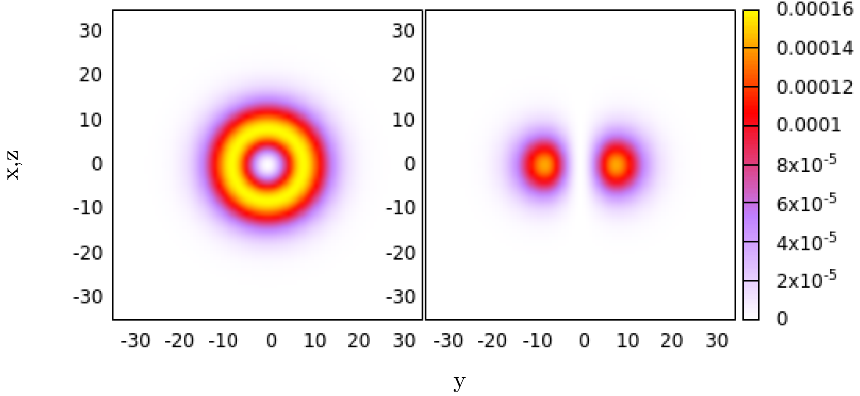

Рис. 2: Сечения звезды с l=1: $|\psi|^2$

Параметры эволюции

Зависимость $|\psi|_{max}$ - максимального по всей решётке модуля функции - от времени даёт хорошее представление о важных этапах распада звезды:

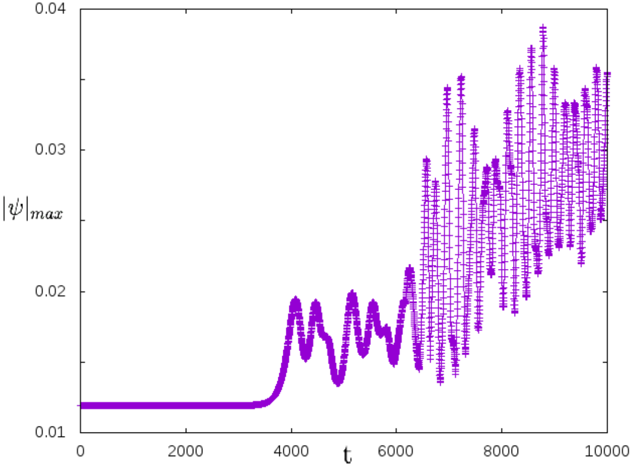

Рис. 3: $|\psi|_{max}$ как функция t.

Проекторы

Мы определяем четыре проектора для выделения мод распада из эволюционирующей звезды. Каждая такая мода $P_m\psi$ имеет фиксированный момент вращения m:

- $P_0\psi = \frac{1}{4}\left[\psi(i,j,k) + \psi(N-j,i,k) + \psi(N-i,N-j,k) + \psi(j,N-i,k)\right]$,
- $P_1\psi = \frac{1}{4}\left[\psi(i,j,k) + i\psi(N-j,i,k) - \psi(N-i,N-j,k) - i\psi(j,N-i,k)\right]$,
- $P_2\psi = \frac{1}{4}\left[\psi(i,j,k) - \psi(N-j,i,k) + \psi(N-i,N-j,k) - \psi(j,N-i,k)\right]$,
- $P_3\psi = \frac{1}{4}\left[\psi(i,j,k) - i\psi(N-j,i,k) - \psi(N-i,N-j,k) + i\psi(j,N-i,k)\right]$.

Раз в 20 шагов мы вычисляем $\psi_m = P_m\psi$. Затем мы вычисляем массу каждой моды ψ_m и максимальное значение каждого $|\psi_m|$.

Моды распада

Мы строим график зависимости логарифма $max|\psi_m|$ от времени и получаем следующее.

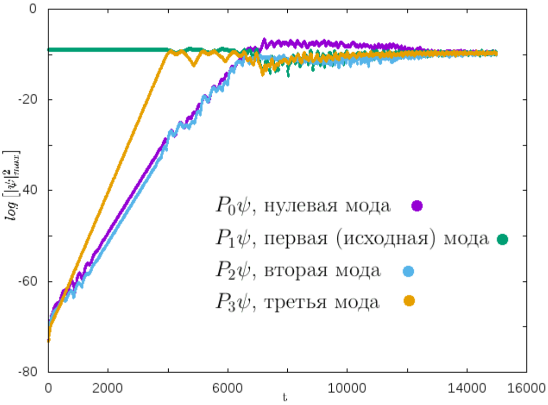

Рис. 4: $log\left[|\psi_m|^2_{max}\right]$ как функции t для m=0 (фиолетовая), 1 (зелёная), 2 (голубая) и 3 (жёлтая).

Перешкалировка и двумерные уравнения

Чтобы исследовать звёзды с высоким моментом и проанализировать их поведение при $l \to \infty$, мы перешкалируем в уравнениях (1) координаты и поля следующим образом:

$$r = l^2 r_0 + l x_2,$$

$$z = l y_2,$$

$$\psi = l^{-2} \psi_2(x_2, y_2),$$

$$U = l^{-2} \left[U_2(x_2, y_2) - \frac{1}{2m^2 r_0^2} \right] + \frac{\omega}{m},$$

где (x_2, y_2) - прямоугольные двумерные координаты. Перешкалированные уравнения в главном порядке по l^{-1} совпадают с уравнениями на двумерную звезду:

$$\Delta_2 \phi - 2U\phi = 0,$$

$$\Delta_2 U = 4\pi\phi^2.$$

Поэтому стабильность звёзд с высоким моментом напрямую связана со стабильностью двумерных решений.

Решение и возмущения в 2D

Полученное решение выглядит так:

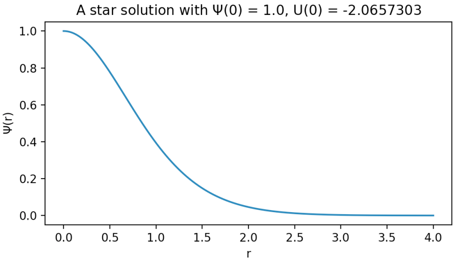

Рис. 5: $|\psi|$ как функция r.

Нам нужно рассмотреть возмущения над этим решением, $\phi \to \phi + (u + iv)\cos(p_z z)e^{\mu t}$, $U \to U + A cos(p_z z)e^{\mu t}$. Для этого мы обращаемся к уравнениям, полученным при подставлении возмущений в изначальные:

$$2\mu u = (-\Delta_2 + 2U + p_z^2)v,$$

$$2\mu v = -(-\Delta_2 + 2U + p_z^2)u - 2\psi A,$$

$$\Delta_2 A = p_z^2 A + 8\pi\psi u.$$

μ и p_z

Мы строим зависимость μ от p_z и получаем следующее:

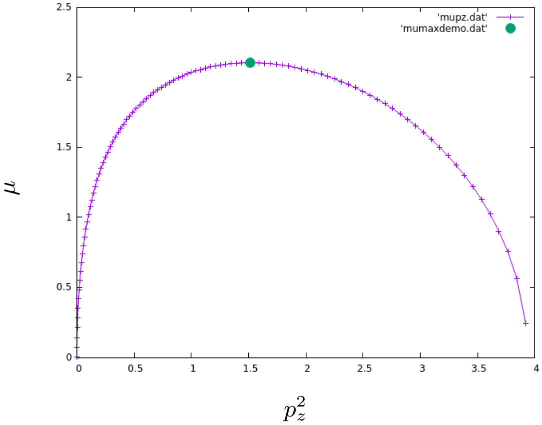

Рис. 6: μ как функция p_z^2.

При этом $\mu_{max} = 2.1029839$, $p^2_{z,max} = 1.512627$. Максимальные p_z и μ соответствуют моде распада.

Моды распада

Вернёмся к рассмотрению трехмерной звезды. Все её параметры можно выразить через двумерные величины. Возмущения для звезды с большим l мы вводим несколько иначе.

$$\psi = e^{il\phi - i\omega t}\left(\psi_s(r,z) + u + iv\right),$$

$$U = U_s(r,z) + A,$$

Возмущения пропорциональны $e^{in\phi+\gamma t}$, и, чтобы наблюдать их на фоне перешкалированных ранее уравнений, мы их подвергнем похожему преобразованию:

$$u_{rsc}, v_{rsc} = l^{-2} u, v,$$

$$A_{rsc} = l^{-2} A.$$

Добавив возмущения в уравнения и произведя преобразования, в том числе учтя фазу, мы приходим к следующим уравнениям на u,v и A:

$$-\left(l^2\gamma + \frac{in}{mlr_0^2}\right) v_{rsc} = -\frac{\Delta_2 u_{rsc}}{2m} + \frac{n^2 u_{rsc}}{2mr_0 l^2} + mA_{rsc}\psi_2 + mU_2 u_{rsc},$$

$$-\left(l^2\gamma + \frac{in}{mlr_0^2}\right) u_{rsc} = -\frac{\Delta_2 v_{rsc}}{2m} + \frac{n^2 v_{rsc}}{2mr_0 l^2} + mU_2 v_{rsc},$$

$$\Delta_2 A_{rsc} = 8\pi G m \psi_2 u_{rsc}.$$

Характеристики мод распада

Так что мы можем использовать наш анализ двумерных бозе-звёзд для вычисления экспоненты моды распада:

$$Re\gamma = l^{-2}\mu = G^2 M^2 m^3 \frac{\mu_{max}}{2\pi r_{0_{rsc}} M_{2_{rsc}} l^2},$$

$$n = r_0 p_{z,max} l = \frac{r_{0_{rsc}}^{1/2} p_{z,max_{rsc}} l}{(2\pi)^{1/2} M_{2_{rsc}}^{1/2}}.$$

Эти величины для каждого l можно получить численно. Таким образом, бозе-звезда распадается в n других мод, причём n пропорционально её моменту вращения.

Заключение

В данной работе получены следующие результаты:

- Численно получена вращающаяся и бозе-звезда с l=1 в 3+1 измерениях.
- Получена и подробно исследована эволюция звезды с угловым моментом l=1; показано, что такая бозе-звезда распадается.
- Численно исследованы моды распада звезды с l=1.
- Показано, что любая нерелятивистская бозе-звезда с высоким моментом распадается.
- В дипломе также исследована точность численных решений.

Список использованных источников

[1] R. Ruffini, S. Bonazzola, 1969.

[2] I. I. Tkachev, 1986.

[3] Caio F. B. Macedo et al, arXiv:1307.4812.

[4] Burkhard Kleihaus, Jutta Kunx and Meike List, arXiv:qr-qc/0505143.

[5] P. Sikivie, 2008.

[6] D.G. Levkov, A.G. Panin, I.I. Tkachev, arXiv: 1804.05857.

[7] D. G. Levkov, A. G. Panin, and I. I. Tkachev, 2017.

[8] Vitor Cardoso, arXiv:1904.05363v3.

[9] F. E. Schunck and E. W. Mielke, 2003.

[10] J. Eby et al, 2016.

[11] Davide Guerra, Caio F.B. Macedo, Paolo Pani, arXiv:1909.05515v2.