

## Задача 1.

Построить модель инфляции с медленным скатыванием, в которой в главном приближении по параметрам медленного скатывания спектр скалярных возмущений является плоским,  $n_s = 1$ . Найти в этой модели тензорно-скалярное отношение  $r$ .

## Задача 2.

Гауссово случайное поле  $\zeta(\mathbf{x})$  называется однородным, но анизотропным (точнее, статистически анизотропным), если его корреляционная функция имеет вид, характерный для однородного поля,

$$\langle \zeta(\mathbf{k})\zeta(\mathbf{k}') \rangle = \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \frac{\mathcal{P}_\zeta(\mathbf{k})}{4\pi k^3},$$

но спектр мощности  $\mathcal{P}_\zeta(\mathbf{k})$  зависит не только от модуля вектора  $\mathbf{k}$ , но и от его направления. Спектр мощности в этом случае можно разложить по сферическим гармоникам в  $\mathbf{k}$ -пространстве (не путать с разложением температуры реликтового излучения по сферическим гармоникам в  $\mathbf{x}$ -пространстве!):

$$\mathcal{P}_\zeta(\mathbf{k}) = \mathcal{P}_{\zeta,0}(k) \left( 1 + \sum_{L \neq 0, M} A_{L,M}(k) Y_{LM}(\mathbf{n}_\mathbf{k}) \right),$$

где  $\mathbf{n}_\mathbf{k} = \mathbf{k}/k$ .

Рассмотрим инфляционную теорию с одним полем инфлатона, флуктуации которого приводят к генерации скалярных возмущений.

**1.** Будут ли скалярные возмущения в нашей области Вселенной статистически анизотропными? *Подсказка: учесть, что благодаря инфляции генерируются возмущения всех длин волн, в том числе больше современного горизонта.*

**2.** Если да, то оценить величину статистической анизотропии, найдя для наименьшего нетривиального  $L$  и произвольного  $k \ll H_0$  величину  $\sum_m \langle |A_{LM}(k)|^2 \rangle$ , где подразумевается усреднение по ансамблю вселенных, подобных нашей.

**3.** Можно ли надеяться обнаружить эту статистическую анизотропию в данных по реликтовому излучению, используя мультиполи угловой анизотропии реликтового излучения с  $l \lesssim 2000$ ?

## Задача 3.

Рассмотрим скалярные частицы с не слишком большой массой  $m$  в инфляционном сценарии (в плотности энергии при этом доминирует другое поле – инфлатон). Соответ-

ствующее скалярное поле имеет минимальную связь с гравитацией, других взаимодействий у него нет. Будем считать, что изначально этих частиц во Вселенной нет, инфляция длится очень долго, а пост-инфляционный разогрев происходит быстро. Пусть  $m \ll H$  как на стадии инфляции, так и на стадии пост-инфляционного разогрева, а равенство  $m = H$  наступает на радиационно-доминированной стадии. Найти плотность числа рассматриваемых скалярных частиц в современную эпоху (считая их стабильными). Могут ли такие частицы быть темной материей?

## Задача 4.

Пусть в природе имеется четвертое нейтрино, взаимодействующее с  $Z$ -бозоном так же, как известные нейтрино. Пусть все четыре типа нейтрино имеют пренебрежимо малую массу. Как изменится расстояние между пиками в угловом спектре температуры реликтового излучения по сравнению со случаем трех типов нейтрино? Оценить величину эффекта. Остальные космологические параметры считать такими же, как в нашей Вселенной.

## Задача 5.

1. Рассмотрим скалярное поле, нарушающее общую ковариантность, действие для которого в метрике Фрийдмана имеет вид

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \cdot \frac{1}{2} \left[ g^{00} (\partial_0 \chi)^2 - \frac{1}{\Lambda^2} (g^{ij} \partial_i \partial_j \chi)^2 \right],$$

где, как обычно,  $g^{ij} = -a^{-2}(t)\delta^{ij}$ ,  $g^{00} = 1$ , а  $\Lambda$  – параметр размерности массы. Пусть это поле помещено в инфляционную Вселенную с параметром Хаббла, медленно меняющимся со временем (в плотности энергии при этом доминирует другое поле – инфлатон). Найти спектр возмущений поля  $\chi$  для мод за горизонтом. Сравнить с известным спектром возмущений обычного безмассового скалярного поля (например, кривотона) в инфляционной Вселенной.

2. Будет ли спектр возмущений поля в условиях п. 1 близок к плоскому, если действие имеет вид

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \cdot \frac{1}{2} \left[ g^{00} (\partial_0 \chi)^2 - \Lambda^2 \left\{ F \left( -\frac{1}{\Lambda^2} g^{ij} \partial_i \partial_j \chi \right) \right\}^2 \right],$$

где функция  $F \left( \frac{1}{\Lambda^2} p^2 \right)$  монотонно растет с ростом  $p$  ?

## Задача 6.

Пусть в природе имеется новый вид материи с уравнением состояния  $p = w\rho$ ,  $1/3 < w < 1$ , взаимодействующей с остальными компонентами космической среды только гравитационно. Помимо новой материи во Вселенной имеется радиация и темная материя (рассматриваем эпоху существенно до рекомбинации). Пусть эта новая материя доминировала над радиацией и темной материей на ранней стадии расширения Вселенной, после которой наступила обычная радиационно доминированная стадия.

**1.** Не противоречит ли такой сценарий уравнениям Фридмана и ковариантного сохранения?

Пусть изначально неоднородности были только в новой компоненте.

**2.** Сформулировать утверждение об отсутствии возмущений в радиации и темной материи в терминах величин  $\zeta_{new}$ ,  $\zeta_{rad}$ ,  $\zeta_{DM}$ .

Рассмотрим возмущения, которые входят под горизонт на стадии доминирования новой материи.

**3.** Найти, какими будут возмущения радиации и темной материи в радиационно-доминированную эпоху и в эпоху рекомбинации. Сравнить со стандартным сценарием адиабатических возмущений без новой материи.