

# СВЕТОПОДОБНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ В ПОЛЕ ЧЁРНОЙ ДЫРЫ



# ТЕЛЕСКОП РАДИОАСТРОН



УГОЛОВОЕ РАЗРЕШЕНИЕ 7-8  
МИКРОСЕКУНД УГЛА.

# УРАВНЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ

$$\frac{du^\mu}{d\tau} + \Gamma_{\nu\sigma}^\mu u^\sigma u^\nu = 0$$

# МЕТРИКА ШВАРЦШИЛЬДА

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 + \frac{2M}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 - \frac{2M}{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$G = c = 1$$

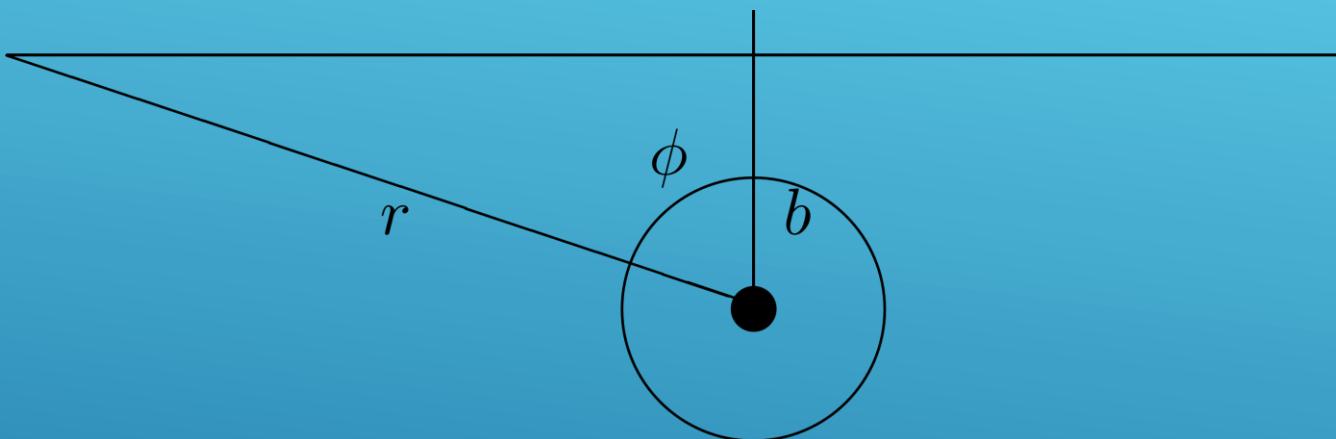
# ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

$$\xi^\mu = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \psi^\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \xi_\mu u^\mu = \text{const}$$

$$E = -g_{\nu\mu}\xi^\nu u^\mu = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \dot{t} \quad L = g_{\nu\mu}\psi^\nu u^\mu = r^2 \dot{\phi}$$

$$g_{\nu\mu}u^\nu u^\mu = \left(-1 + \frac{2M}{r}\right) \dot{t}^2 + \frac{\dot{r}^2}{1 - \frac{2M}{r}} + r^2 \dot{\phi}^2 = 0$$

# ПРИЦЕЛЬНЫЙ ПАРАМЕТР



$$b_{crit} = M\sqrt{27}$$

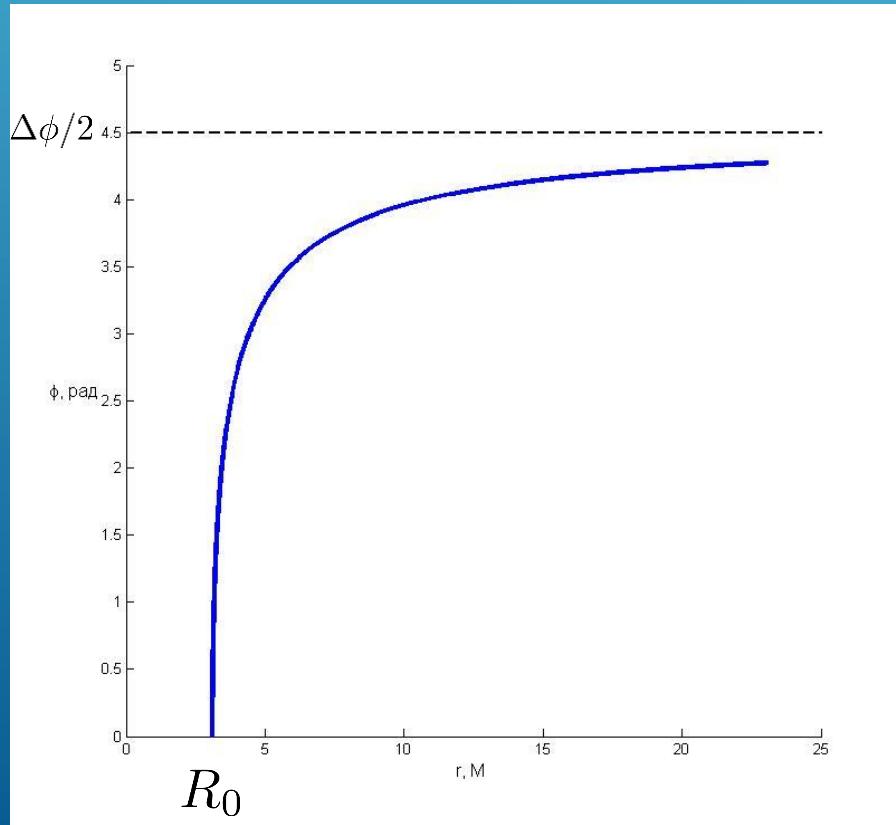
$$b = \frac{L}{E}$$

# УРАВНЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ

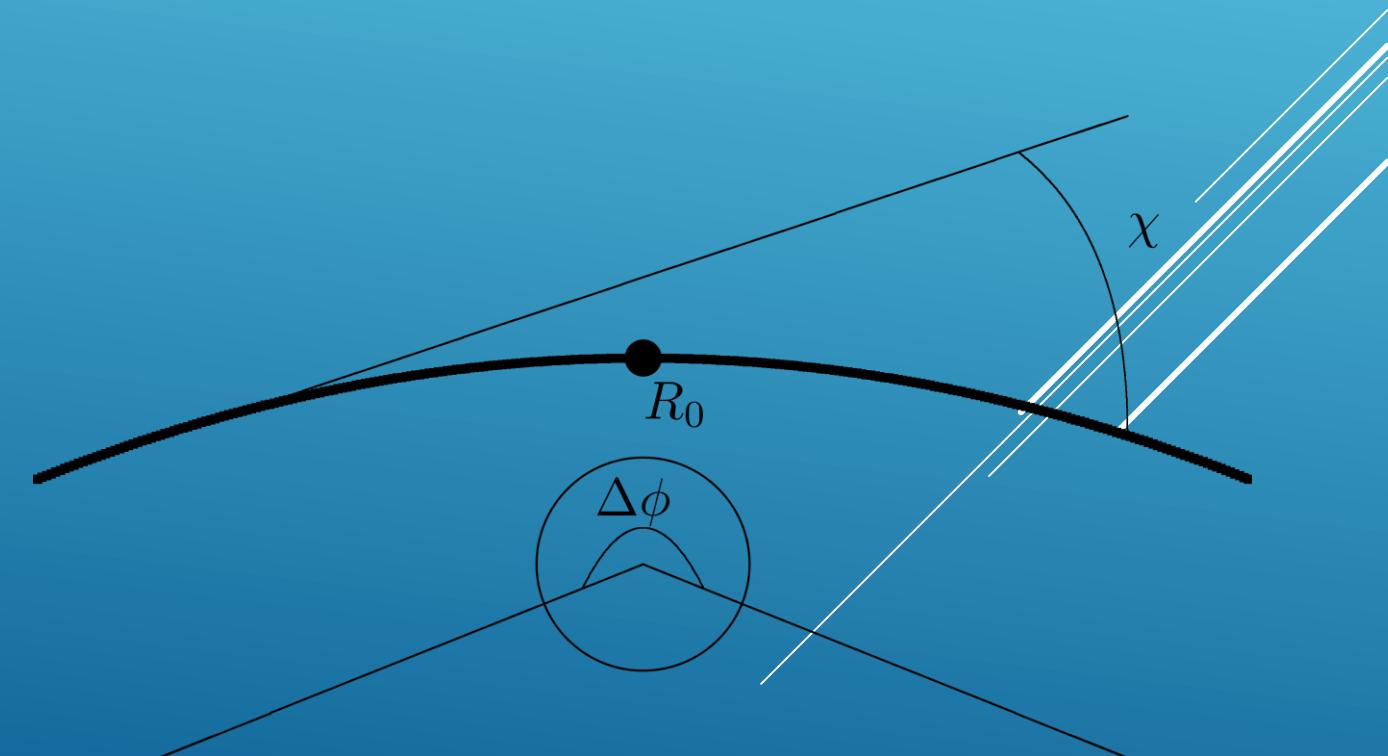
$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{[r^4 b^{-2} - r(r - 2M)]^{\frac{1}{2}}}.$$

# ОТКЛОНЕНИЕ ЛУЧА

$$\Delta\phi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{dr}{[r^4 b^{-2} - r(r - 2M)]^{\frac{1}{2}}}.$$



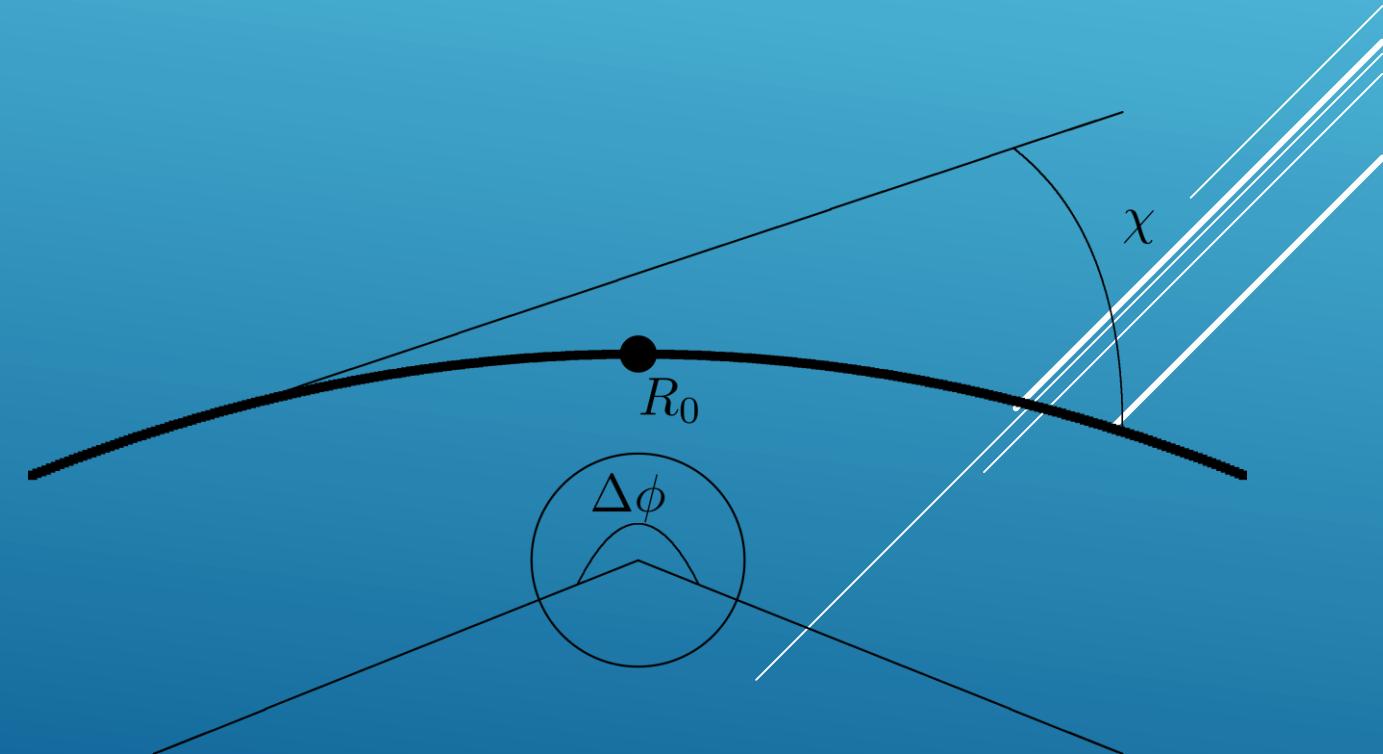
$$R_{0crit} = 3M$$



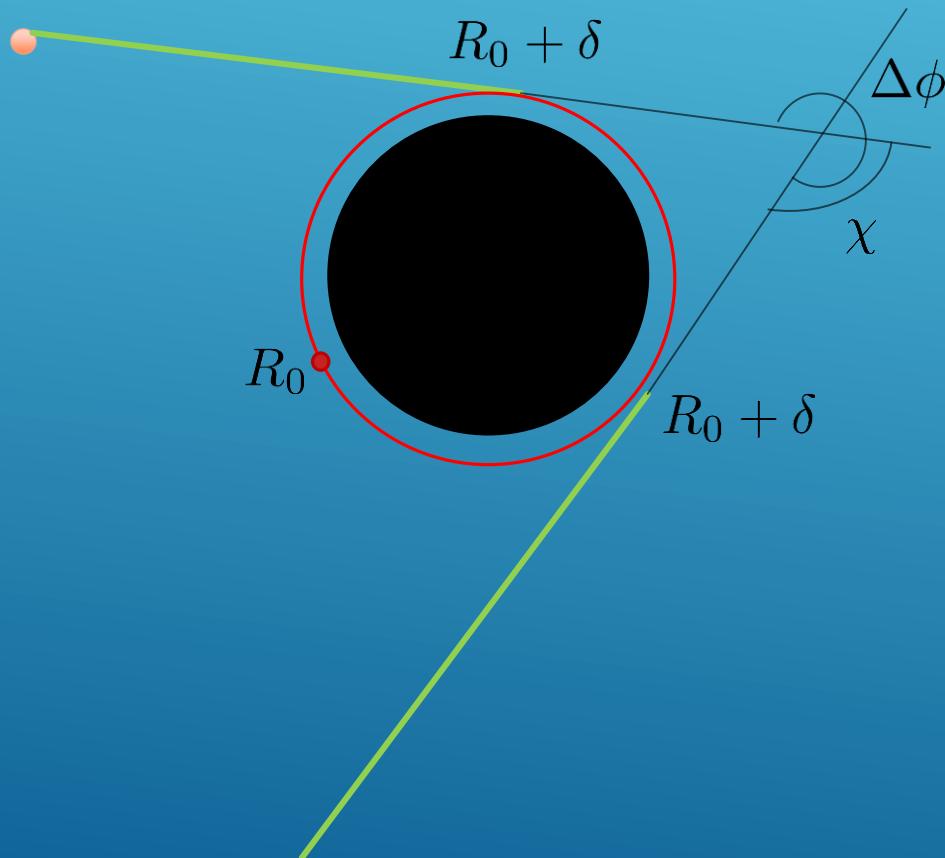
# ПРИБЛИЖЕНИЕ МАЛОГО ОТКЛОНЕНИЯ

$$b \gg 3M$$

$$\chi = \frac{4M}{b}$$



# ПРИБЛИЖЕНИЕ БОЛЬШОГО ОТКЛОНЕНИЯ

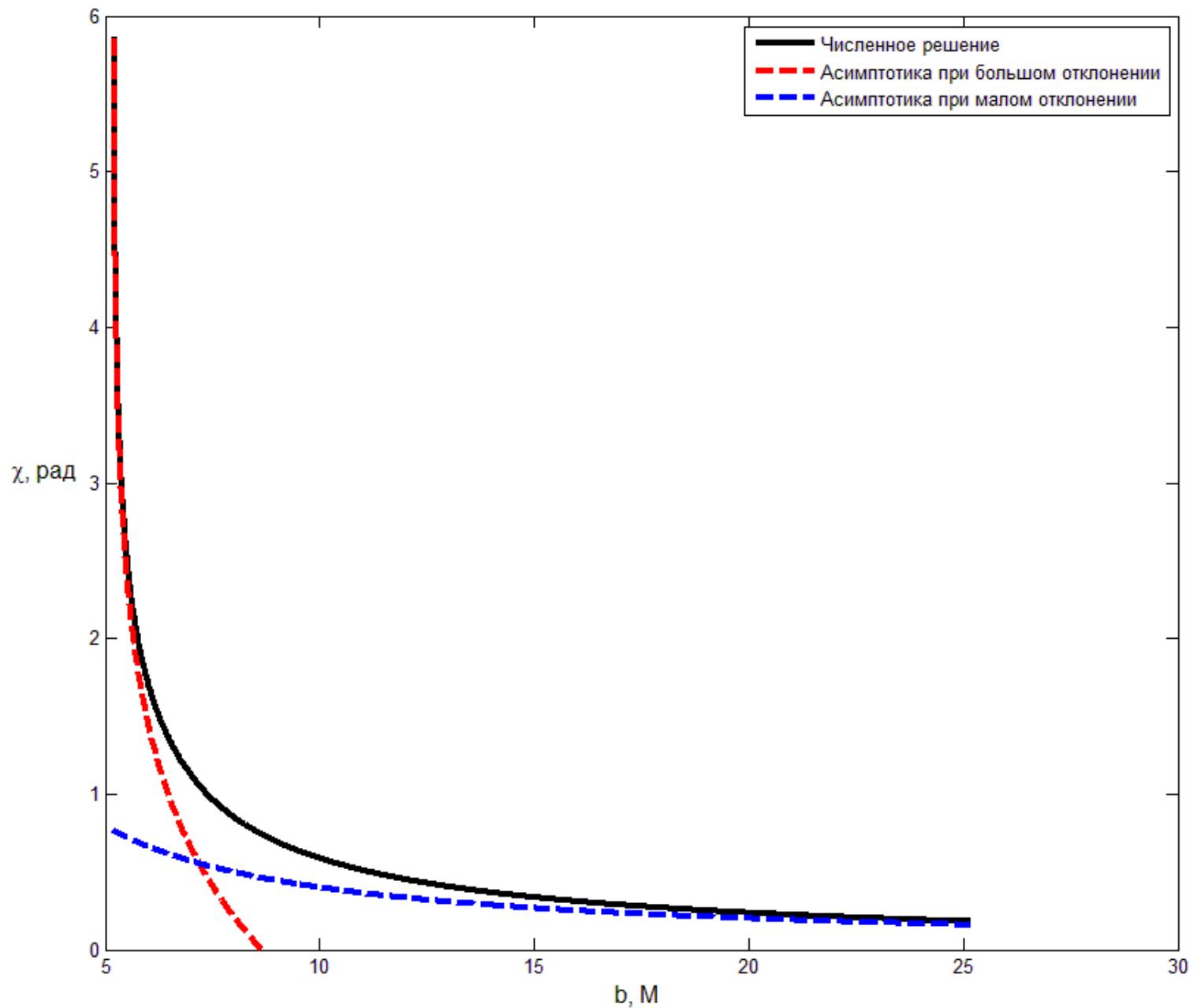


$$r \approx 3M + \Delta r$$

$$b \approx M\sqrt{27} + \Delta b$$

$$\Delta\phi = 2 \int_{R_0}^{R_0+\delta} \frac{dr}{[r^4 b^{-2} - r^2 + 2Mr]^{\frac{1}{2}}} + 2 \int_{R_0+\delta}^{\infty} \frac{dr}{[r^4 (\sqrt{27}M)^{-2} - r^2 + 2Mr]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\chi = \Delta\phi - \pi = -\ln \left| \frac{(2 + \sqrt{3})^2(b - \sqrt{27}M)}{648M\sqrt{3}} \right| - \pi$$



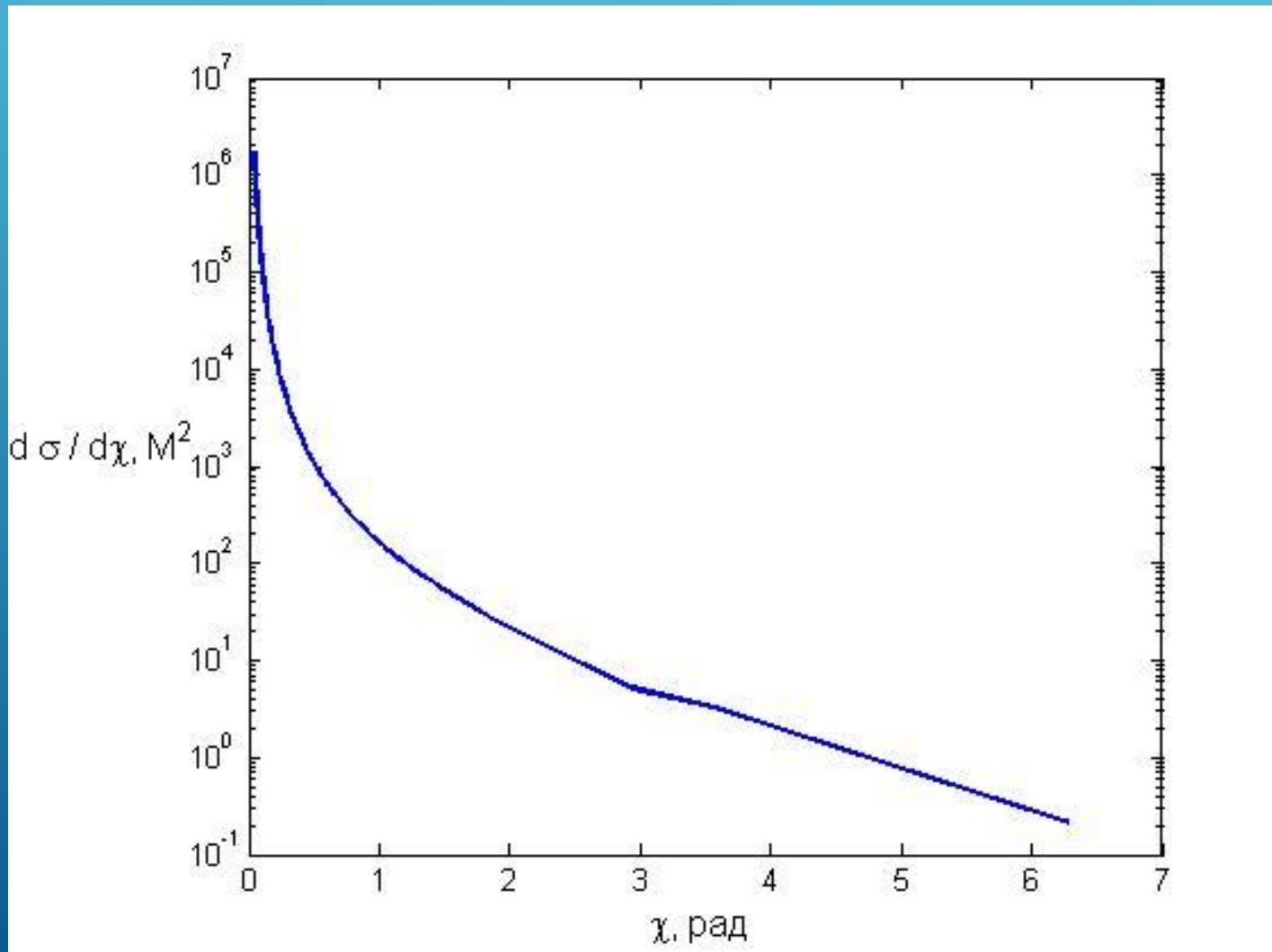
# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ

$$d\sigma(\chi) = \frac{dN}{n}$$

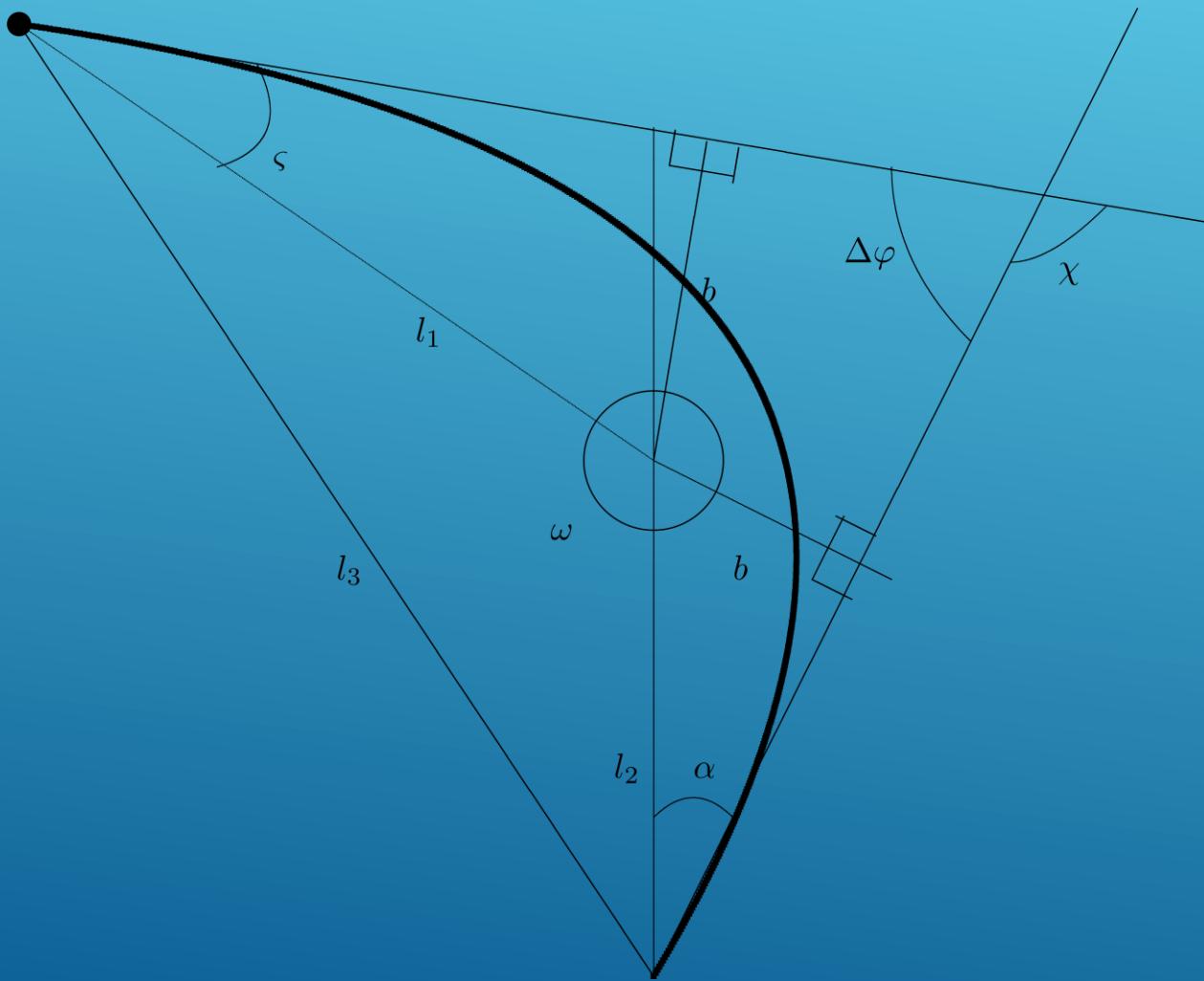
$$\frac{d\sigma}{d\chi}(\chi) = 2\pi b \left| \frac{db}{d\chi} \right|$$

$$\frac{d\sigma}{d\chi}(\chi) = 2\pi b(\chi) \left| \frac{db}{d\chi}(\chi) \right| + 2\pi\sqrt{27}M\Delta b(\chi) \frac{1}{e^{2\pi} - 1}$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ



# УГОЛОВЫЕ РАЗМЕРЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ



$$\alpha_n = \frac{648\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})^2} \frac{M}{l_2} e^{\omega - 2\pi(n+1)} + \frac{M\sqrt{27}}{l_2}$$

$l_2 = 26000$  световых лет

$l_1 = 1,9 * 10^{-3}$  световых лет

$2M = 1,3 * 10^{-6}$  световых лет

$$\omega = 3\pi/4$$

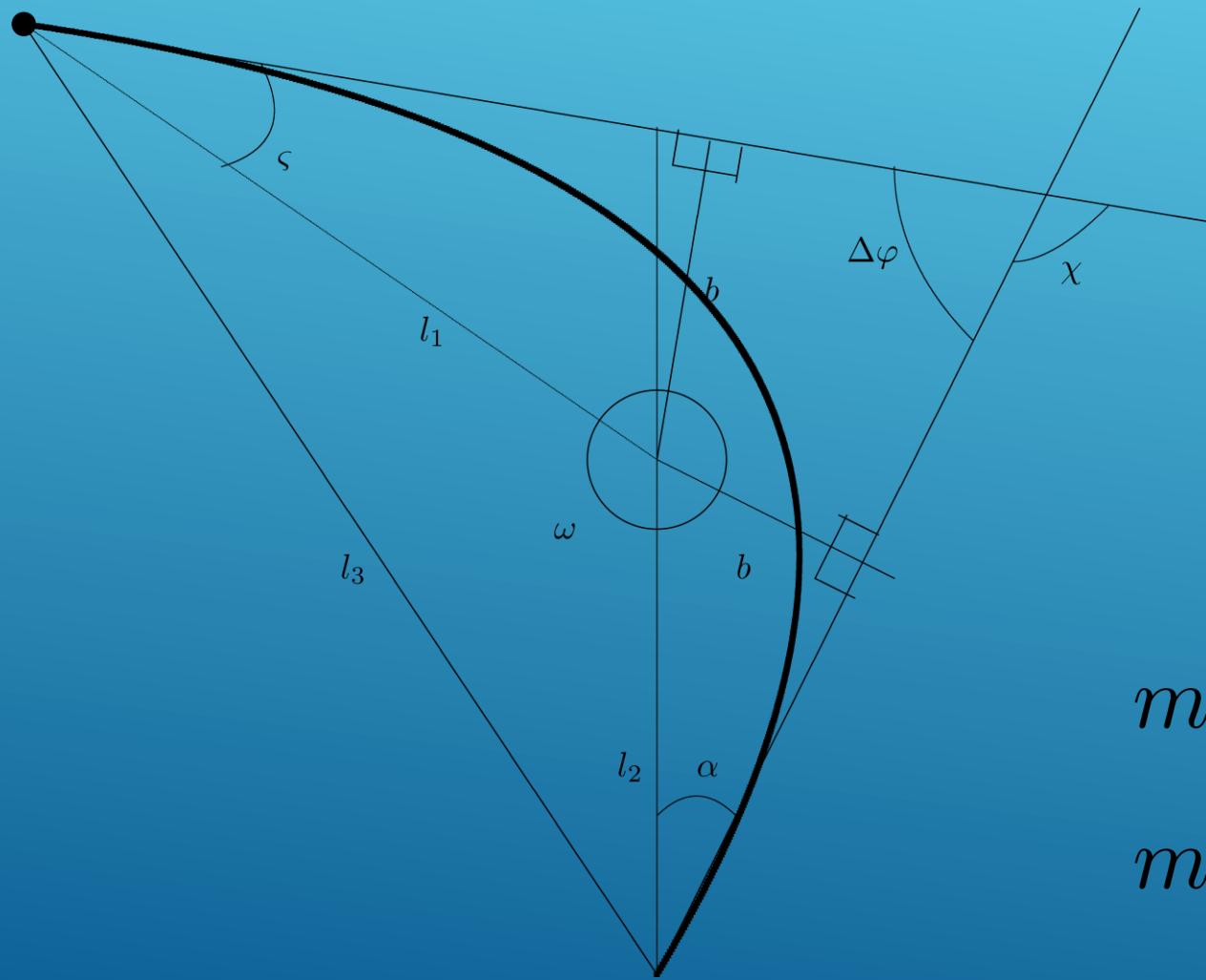
$\alpha_1 = 2.71 * 10^{-5}$  секунд угла

$\alpha_2 = 2.68 * 10^{-5}$  секунд угла

$\alpha_0 = 4.32 * 10^{-5}$  секунд угла

$\alpha_0 - \alpha_1 \approx 16$  микросекунд угла

# ИНТЕНСИВНОСТЬ СВЕТА



$$\frac{I}{I_{dir}} = \frac{d\sigma}{d\chi} \frac{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \omega}{2\pi l_2^2 l_1^2 \sin \chi}$$

$$I_0/I_{dir} = 4.9 * 10^{-6}$$

$$I_1/I_{dir} = 2.5 * 10^{-9}$$

$$m_{2,1} = -2.5 * \lg \frac{E_2}{E_1}$$

$$m_0 \approx 35$$

$$m_1 \approx 42$$

$$m_{tel} \approx 28$$

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения курсовой были достигнуты следующие результаты:

- Получена асимптотика большого для большого отклонения света.
- Вычислено дифференциальное сечение рассеяния на чёрной дыре.
- Посчитаны значения угловых размеров изображений.
- Вычислены отношения интенсивностей изображений к интенсивностям падающего напрямую света.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

