# Режимы космологической эволюции в моделях с нарушением изотропного условия энергодоминантности

Меличев Олег

Научный руководитель: д.ф.-м. н., акад. Рубаков В. А.

Кафедра физики частиц и космологии,
Физический факультет МГУ

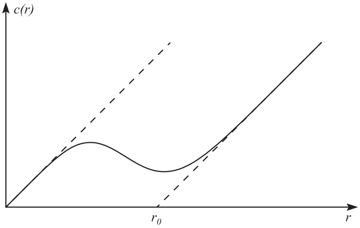
Москва, 24 мая 2016.

# Введение

$S = \int d^{d+2}x\sqrt{-g}\left(-\frac{R}{2\kappa} + \mathcal{L}\right),$

$\mathcal{L} = F(\pi, X) + K(\pi, X)\Box\pi,$

$X = \partial_\mu\pi\partial^\mu\pi, \quad \Box\pi = \nabla_\mu\nabla^\mu\pi.$




$$ds^2 = a^2(r)dt^2 - b^2(r) - c^2(r)\gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta, \qquad (1)$$

где $x^\alpha$ и $\gamma_{\alpha\beta}$ - координаты и метрика d-мерной сферы.

$$a \to 1, \quad b \to 1, \quad c \to r, \quad \text{при} \quad r \to 0, \qquad (2)$$

$$a \to 1, \quad b \to 1, \quad c \to r - r_0, \quad \text{при} \quad r \to +\infty. \qquad (3)$$

NEC: $\quad T_{\mu\nu}\eta^\mu\eta^\nu > 0, \qquad g_{\mu\nu}\eta^\mu\eta^\nu = 0.$

$$T^0_0 - T^r_r = G^0_0 - G^r_r = -a^2\frac{c''}{c} < 0$$

Комбинации уравнений Эйнштейна ($\kappa = 8\pi G = 1$):

$$F_X - K_\pi = 2a^2\frac{c'}{c}K_X - a^2\frac{c''}{c}, \tag{4}$$

$$\frac{F}{a^2} + K_\pi - 2aa'K_X = 2\frac{a'c'}{ac} + 2\frac{c''}{c} + \left(\frac{c'^2}{c^2} - \frac{a^2}{c^2}\right). \tag{5}$$

$(d = 2,\ \pi = r)$

# Условия стабильности

$$\pi = \pi_c(r) + \chi,$$

$$\mathcal{L}^{(2)} = a^{-2}\mathcal{G}^{00}\dot{\chi}^2 - a^2\mathcal{G}^{rr}\chi'^2 - c^{-2}\mathcal{G}^{\Omega}\gamma^{\alpha\beta}\partial_\alpha\chi\partial_\beta\chi, \tag{6}$$

$$\mathcal{G}^{00} = -Q' - Q^2 > 0, \tag{7}$$

$$\mathcal{G}^{\Omega} = -Q' - Q^2 + 2\left(Q - \frac{c'}{c}\right)\left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a}\right) > 0, \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{G}^{rr} = -Q' + 3Q^2 - 4\left(\frac{a'}{a} + 2\frac{c'}{c}\right)Q + 4\frac{a'c'}{ac} - 2\frac{c''}{c} + \\ + 6\frac{c'^2}{c^2} - 2a^2F_{XX} + 4a^4\left(\frac{a'}{a} + \frac{c'}{c}\right)K_{XX} > 0,\end{aligned} \tag{9}$$

$$\text{где} \quad Q = a^2K_X + \frac{c'}{c}. \tag{10}$$

# Явный вид функции $c(r)$

$$c(r) = r - r_0 \left[ 1 - \left( 1 + r^2 + \frac{r^4}{2} \right) e^{-r^2} \right] \qquad (11)$$

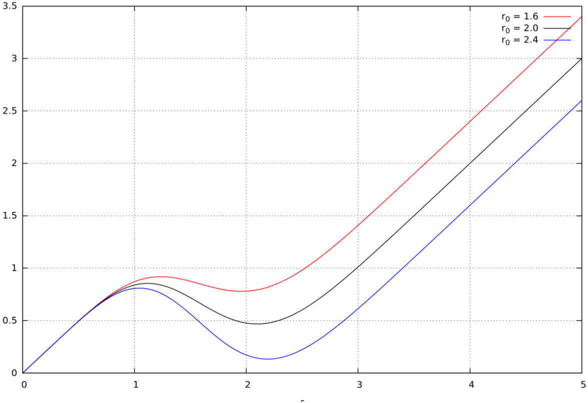



Рис.: $c(r)$

$$\gamma'' u - u'' \gamma + 2 = 0, \qquad \gamma = a^2, \quad u = c^2, \tag{12}$$

$$\gamma = u \left[ \int\limits_r^\infty \frac{2\tilde{r}}{u^2(\tilde{r})} d\tilde{r} \right].$$

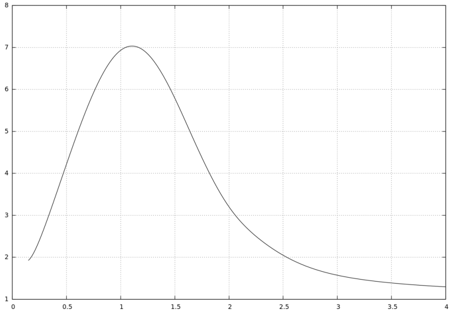



Рис.: $a(r)$

$$\gamma(r)|_{r\to 0} = 1 - \frac{7r_0}{9} r^5 + O\left(r^7\right)$$

$$K_X = 0: \quad Q = \frac{c'}{c}, \quad \mathcal{G}^{00} = -\frac{c''}{c}.$$

$$\mathcal{G}^{00}|_{r\to 0} = r_0 r^3 \left(1 + O\left(r^2\right)\right) \geq 0,$$
$$\mathcal{G}^{00}|_{r\to\infty} = -2r_0 r^5 e^{-r^2}\left(1 + O\left(\frac{1}{r}\right)\right) < 0.$$

изменим $Q$:

$$Q = \frac{1}{r} - \frac{r}{r^2+\lambda^2}, \tag{13}$$

что дает

$$\mathcal{G}^{00} = \frac{3\lambda^2}{\left(r^2+\lambda^2\right)^2} > 0,$$

$$K_X = \frac{1}{a^2}\left[\frac{1}{r} - \frac{r}{r^2+\lambda^2} - \frac{c'}{c}\right]. \tag{14}$$

# Нахождение лагранжиана

$$F = \alpha(\pi)X - V(\pi), \qquad F_X = \alpha, \quad F = a^2\alpha - V,$$
$$K = \beta(\pi)X, \qquad K_X = \beta, \quad K_\pi = \beta' a^2.$$

$$\beta(\pi) = K_X = \frac{1}{a^2}\left[\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{\pi^2+\lambda^2} - \frac{c'}{c}\right],$$
$$K_\pi = a^2\beta'(\pi),$$
$$\alpha(\pi) = F_X = K_\pi + a^2\left[2\frac{c'}{c}K_X - \frac{c''}{c}\right],$$
$$F = -a^2K_\pi - 2a^3a'K_X + 2\frac{a'ac'}{c} + 2\frac{c''a^2}{c} + a^2\frac{c'^2 - a^2}{c},$$
$$V(\pi) = a^2F_X - F.$$

# Запрещающая теорема

$$c|_{r\to 0} \to r, \qquad a(r)|_{r\to 0} \to 1, b(r)|_{r\to 0} \to 1,$$
$$c|_{r\to\infty} \to r - r_0, \qquad a(r)|_{r\to\infty} \to 1, b(r)|_{r\to\infty} \to 1.$$

$$Q = \frac{1}{r} + q. \tag{15}$$

$$\mathcal{G}^{00} = -q' - \frac{2q}{r} - q^2 > 0, \tag{16}$$
$$\mathcal{G}^{\Omega} = -q' - \frac{2q}{r} - q^2 + 2\left(q + \frac{1}{r} - \frac{c'}{c}\right)\left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a}\right) > 0. \tag{17}$$

Предположим, $q > 0$, т.е. $q$ монотонно убывает с ростом $r$. Из требования несингулярности $K_X$ в 0:

$$q|_{r\to 0} < \infty, \qquad q|_{r\to 0} = o\left(\frac{1}{r}\right), \qquad \frac{2q}{r} >> q^2,$$

$$\mathcal{G}^{00} \approx -q' - \frac{2q}{r} > 0,$$

$$-\frac{dq}{q} > 2\frac{dr}{r} > \frac{dr}{r}, \qquad \frac{q_1}{q_2} > \frac{r_2}{r_1}, \qquad q_1 r_1 > q_2 r_2.$$

$$qr = \frac{q}{1/r} \to 0 \text{ при } r \to 0, \qquad q_2 r_2 > q_1 r_1.$$

**Следовательно $q < 0$ вблизи нуля.**

$$c \to r - r_0 \Rightarrow \frac{c'}{c} \to \frac{1}{r - r_0} = \frac{1}{r} + \frac{r_0}{r^2} + o\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$a \to 1 - \frac{M}{r} \Rightarrow \frac{a'}{a} \to \frac{M}{r^2} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right).$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{\Omega} &= -q' - \frac{2q}{r} - q^2 + 2\left(q + \frac{1}{r} - \frac{c'}{c}\right)\left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a}\right) \\ &= -q' - q^2 - \frac{2r_0}{r^3} + \mathcal{O}\left(\frac{q}{r^2}\right) + o\left(\frac{1}{r^3}\right) \end{aligned}$$

$$q|_{r\to\infty} = o\left(\frac{1}{r}\right), \qquad \mathcal{O}\left(\frac{q}{r^2}\right) = o\left(\frac{1}{r^3}\right)$$

$$\mathcal{G}^{\Omega} = -q' - q^2 - \frac{2r_0}{r^3} + o\left(\frac{1}{r^3}\right)$$

**Следовательно $q > 0$ на $\infty$.**

Таким образом, мы показали, что:

- $q < 0$ вблизи 0,
- $q > 0$ на $\infty$.

Из этого следует, что существует точка, в которой $q = 0$, а $q' > 0$. В этой точке $\mathcal{G}^{00} < 0$. Таким образом, искомых устойчивых конфигураций не существует.

# Выводы.

1) В работе продемонстрирована возможность посторения лагранжина галилеонного типа, нарушающего NEC и допускающего решение в виде кротовой норы типа "полузамкнутый мир", свободного от духовых неустойчивостей, лагранжиан найден в явном виде, получены асимптотики метрики в нуле и на бесконечности.

2) Доказано общее утверждение, согласно которому построение конфигурации типа "полузамкнутый мир", свободной одновременно и от духовых, и от градиентных неустойчивостей, в рамках теории с галилеоным полем невозможно.

Спасибо за внимание!