

Изучение влияния высокой барионной плотности на спектроскопию мезонов в рамках решёточного моделирования

Васильев Артём Викторович¹

¹МГУ им. М. В. Ломоносова
Кафедра физики частиц и космологии
Научный руководитель:
Брагута В. В.

2019

План

Спектроскопия на решётке

Staggered фермионы

Введение хим. потенциала

Глюонные наблюдаемые

Основные результаты

Вильсоновские петли

Будем рассматривать функции вида:

$$\begin{aligned}\langle \hat{O}_i(t) \hat{O}_j^\dagger(0) \rangle &= C_{ij}(t) = \frac{1}{Z} \text{tr} \left[O_i(t) O_j(0) e^{-\beta H} \right], \\ Z &= \text{tr} \left[e^{-\beta H} \right],\end{aligned}\tag{1}$$

где операторы O_i — так называемые интерполяционные операторы, которые рождают состояние с интересующим набором квантовых чисел из вакуума.

Асимптотическое поведение корреляционной функции

$$O_i(t) = e^{Ht} O_i e^{-Ht}$$

$$C_{ij} = \frac{1}{Z} \sum \langle m | O_i | n \rangle \langle n | O_j | m \rangle e^{-E_n t} e^{-E_m(\beta-t)}. \quad (2)$$

$$C_{ii} = |\langle 0 | O_i | 0 \rangle|^2 + |\langle 0 | O_i | 1 \rangle|^2 \left[e^{-E_1 t} + e^{-E_1(\beta-t)} \right] + O(e^{-(E_2-E_1)t}) + O(e^{-(E_2-E_1)(\beta-t)}). \quad (3)$$

Уравнение Дирака-Кейлера

Рассмотрим дифференциальную форму Φ :

$$\Phi = \sum_{\mu_1 < \dots < \mu_h} \Phi_{\mu_1, \dots, \mu_h}(x) dx_{\mu_1} \wedge \dots \wedge dx_{\mu_h}. \quad (4)$$

Введём оператор e_μ :

$$e_\mu 1 = 0, e_\mu dx_\nu = \delta_{\mu\nu} \quad (5)$$

и определим отображение

$$dx_\mu \vee \Phi = x_\mu \wedge \Phi + e_\mu \Phi. \quad (6)$$

Операторы внешней производной $d\Phi = dx_\mu \wedge \partial_\mu \Phi$ и копроизводной $\delta\Phi = -e_\mu \partial_\mu \Phi$ нильпотентны. Так как $(d - \delta)^2 = -(d\delta + \delta d) = \partial_\mu \partial_\mu$, оператор $d - \delta$ можно интерпретировать в качестве корня из оператора КГ.

Уравнение Дирака-Кейлера

Массивное уравнение Дирака-Кейлера

$$(d - \delta + m)\Phi = 0. \quad (7)$$

Можно заметить, что введённое отображение согласовано с определением евклидовых гамма-матриц. Вводя $\gamma_H = \gamma_{\mu_1} \cdots \gamma_{\mu_h}$, перейдём к новому базису дифференциальных форм $Z_a^{(b)}$:

$$Z = \sum_H (\gamma_H)^T (-1)^{h(h-1)/2} dx_{\mu_1} \wedge \cdots \wedge dx_{\mu_h}, \quad (8)$$

для которого теперь справедливо $x_\mu \wedge Z = \gamma_\mu^T Z$, $Z \wedge x_\mu = Z \gamma_\mu^T$

Уравнение Дирака-Кейлера

Разложим Φ по новому базису:

$$\Phi = \sum_H \Psi(x)_H dx_{\mu_1} \wedge \cdots \wedge dx_{\mu_h} = \sum_{a,b} \Psi(x)_a^{(b)} Z_a^{(b)} \quad (9)$$

В нём уравнение Дирака-Кейлера принимает вид 4-х одинаковых копий уравнений Дирака:

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\Psi(x)^{(b)} = 0. \quad (10)$$

Связь между старыми и новыми компонентами даётся:

$$\Phi(x)_H = tr \left(\Psi(x) \gamma_H^\dagger \right), \Psi(x)_a^{(b)} = \frac{1}{4} \sum_H \Phi(x)_H (\gamma_H)_{ab} \quad (11)$$

staggered фермионы

Совершим преобразование, диагонализующие действие по дираковским индексам:

$$\psi_n = \gamma_1^{n_1} \gamma_2^{n_2} \gamma_3^{n_3} \gamma_4^{n_4} \chi_n, \bar{\psi} = \bar{\chi}_n \gamma_4^{n_4} \gamma_3^{n_3} \gamma_2^{n_2} \gamma_1^{n_1}. \quad (12)$$

Благодаря идемпотентности гамма-матриц массовый член не изменяется по форме, а кинетическом члене появляются зависящие от точки знаковые факторы $\bar{\psi}_n \gamma_\mu \psi_{n \pm \hat{\mu}} = \eta_{n,\mu} \bar{\chi}_n \chi_{n \pm \hat{\mu}}$:

$$\begin{aligned} \eta_{n,1} &= 1, \\ \eta_{n,2} &= (-1)^{n_1}, \\ \eta_{n,3} &= (-1)^{n_1+n_2}, \\ \eta_{n,4} &= (-1)^{n_1+n_2+n_3}. \end{aligned} \quad (13)$$

staggered фермионы

Окончательно можем записать решёточное действие для фермионов:

$$S_F^{stag} = a^4 \sum_n \bar{\chi}_n \left(\frac{1}{2a} \sum_{\mu=1}^4 \eta_{n,\mu} \left(U_{n,\mu} \chi_{n+\hat{\mu}} - U_{n-\hat{\mu},\mu}^\dagger \chi_{n-\hat{\mu}} \right) + m \chi_n \right) \quad (14)$$

Химический потенциал на решётке

- ▶ В непрерывное действие можно ввести член $\mu\bar{\psi}\gamma_4\psi$, отвечающий плотности кварков, сопряженный с кварковым химическим потенциалом, однако на решётке это приведёт к расходимости.
- ▶ Можно показать, что последовательным способом введения химического потенциала на решетке является добавление к действию слагаемого:

$$a^3 \sum_n \frac{1}{2} (e^{\mu} \bar{\psi}_n \gamma_4 \psi_{n+\hat{4}} + e^{-\mu} \psi_{n+\hat{4}} \gamma_4 \psi_n). \quad (15)$$

Действительный химпотенциал для двухцветной КХД

$SU(2)$ -значные калибровочные поля $U_{n,\mu}$ обладают свойством:

$$U_{n,\mu}^* = \tau_2 U_{n,\mu} \tau_2, \quad (16)$$

где τ_2 представляет собой матрицу Паули в цветовом пространстве. Staggered оператор Дирака обладает аналогом γ_5 -эрмитовости:

$$M_{nm}^\dagger(-\mu a) = \eta_5(n) M_{nm}(\mu a) \eta_5(m). \quad (17)$$

Сочетание этих свойств оказывается достаточным, чтобы фермионный детерминант в исследуемой теории являлся действительным и положительно определенным при ненулевых положительных значениях хим. потенциала.¹

¹Hands S., Montvay I., Morrison S. et al. Numerical study of dense adjoint matter in two color QCD // Eur. Phys. J. 2000. Vol. C17. P. 285–302. arXiv:hep-lat/hep-lat/0006018.

Вильсоновские петли

Вильсоновская линия:

$$S(m, n, n_t) = \prod_{(\mathbf{k}, j) \in \mathcal{C}_{m, n}} U_j(\mathbf{k}, n_t). \quad (18)$$

Временная линия:

$$T(\mathbf{n}, n_t) = \prod_{j'=0}^{n_t-1} U_4(\mathbf{n}, j'). \quad (19)$$

Вильсоновская петля:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{m}, n_t) \rightarrow (\mathbf{n}, n_t) \rightarrow (\mathbf{n}, 0) \rightarrow (\mathbf{m}, 0) \rightarrow (\mathbf{m}, n_t) \\ W_{\mathcal{L}}[U] &= \text{tr}[S(\mathbf{m}, \mathbf{n}, n_t) T(\mathbf{n}, n_t)^\dagger S(\mathbf{m}, \mathbf{n}, 0)^\dagger T(\mathbf{m}, n_t)] = \\ &= \text{tr} \left[\prod_{(\mathbf{k}, \mu) \in \mathcal{L}} U_\mu(k) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Физический смысл Вильсоновской петли

Выбором калибровки можно положить

$$\langle W_{\mathcal{L}}[U] \rangle = \left\langle \text{tr}[S(\mathbf{m}, \mathbf{n}, n_t) S(\mathbf{m}, \mathbf{n}, 0)^\dagger] \right\rangle, \quad (21)$$

Что приводится к виду

$$\begin{aligned} \langle W_{\mathcal{L}}[U] \rangle &= \sum_k \langle 0 | \hat{S}(\mathbf{mn}) | k \rangle \langle k | \hat{S}(\mathbf{mn})^\dagger | 0 \rangle e^{-tE_k} \\ &\propto e^{-tV(r)} \end{aligned} \quad (22)$$

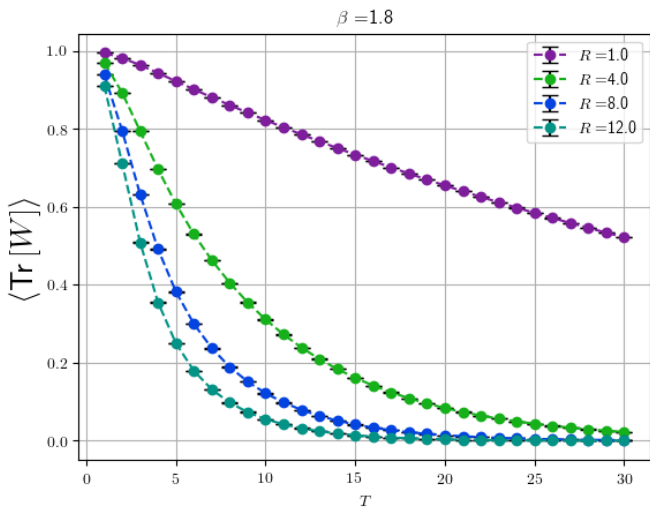
и $E_1 = V(r)$ при $r = a|\mathbf{m} - \mathbf{n}|$.

Определение масштаба решётки параметр Зоммера

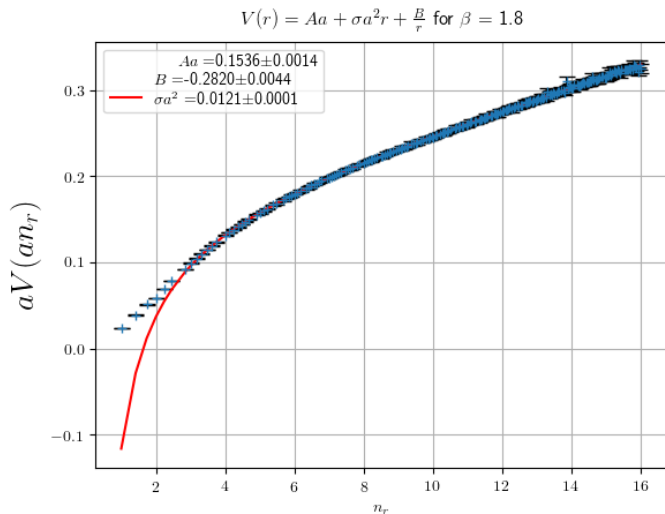
Вычисляется $r^2 \frac{dV(r)}{dr}$ и используется измеренное соотношение:

$$r_0^2 \frac{dV(r_0)}{dr} = 1,65. \quad (23)$$

Задача сводится к фитированию графика $V(r) = V_0 + \sigma r + \frac{\alpha}{r}$

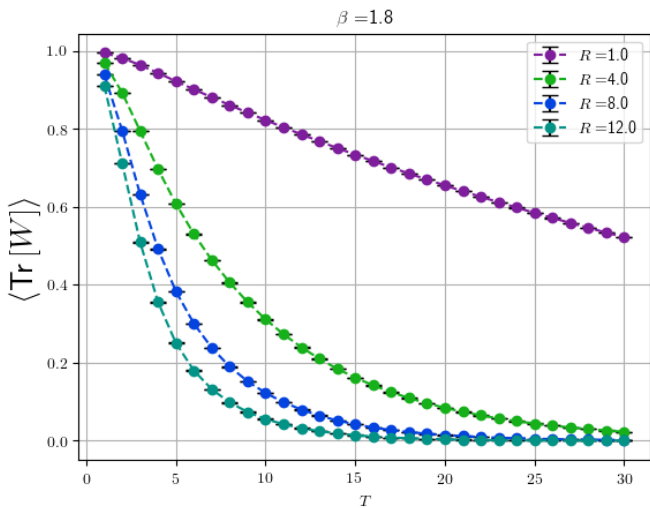


Статический кварковый потенциал

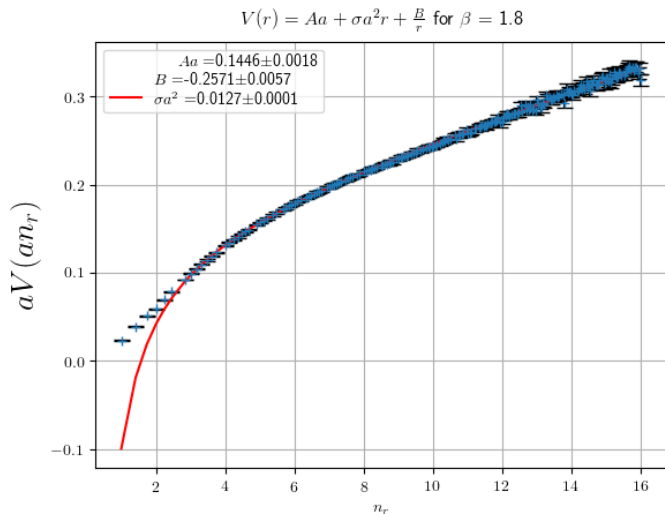


β	$a, \text{ фм}$
1.8	0.044 ± 0.006

Таблица: Определение масштаба для конфигураций решетки с затравочной массой $ma = 0.0075$



Статический кварковый потенциал

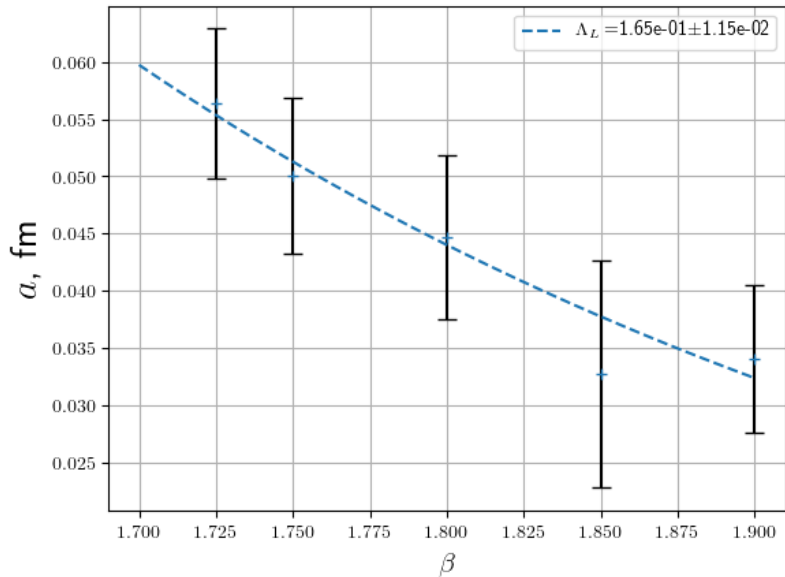


Фиксация масштаба

β	a , фм
1.725	0.052 ± 0.007
1.750	0.050 ± 0.007
1.800	0.045 ± 0.007
1.850	0.033 ± 0.009
1.900	0.034 ± 0.006

Таблица: Определение масштаба для конфигураций решетки с затравочной массой $ma = 0.005$

$$a(\beta) = \frac{1}{\Lambda_L} \left(\frac{4\beta_0}{\beta} \right)^{\left(\frac{-\beta_1}{2\beta_0^2} \right)} \exp \left(\frac{-\beta}{8\beta_0} \right), \quad \beta_0 = \frac{3}{8\pi^2} \quad \beta_1 = \frac{29}{256\pi^4}$$



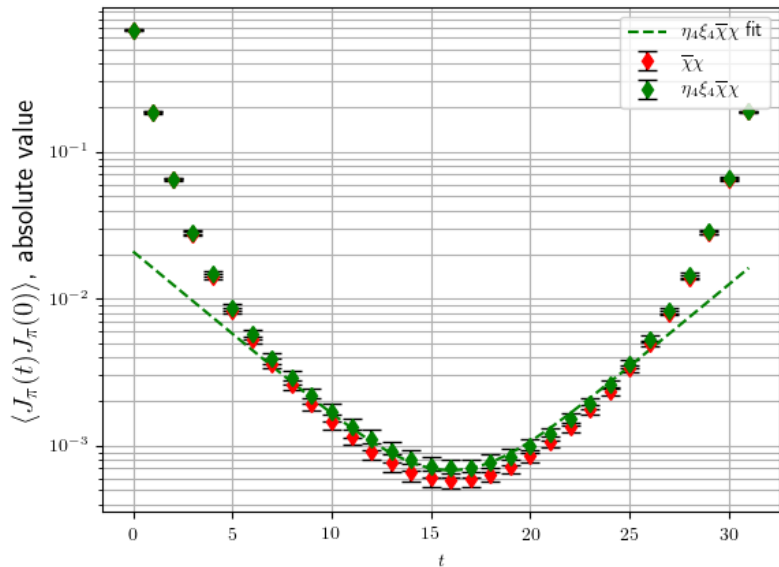
Корреляторы для мезонов

Оператор	Спин-аромат структура	частица
$\bar{\chi}\chi$	$1 \times 1, \gamma_4\gamma_5 \times \gamma_4\gamma_5$	f_0, π
$\eta_4\zeta_4\bar{\chi}\chi$	$\gamma_4 \times \gamma_4, \gamma_5 \times \gamma_5$	$-, \pi$
$\eta_i\epsilon\zeta_i\bar{\chi}\chi$	$\gamma_i\gamma_5 \times \gamma_i\gamma_5, \gamma_i\gamma_4 \times \gamma_i\gamma_5$	a_1, ρ
$\eta_4\zeta_4\eta_i\epsilon\zeta_i\bar{\chi}\chi$	$\gamma_i\gamma_k \times \gamma_i\gamma_k, \gamma_i \times \gamma_i$	b_1, ρ

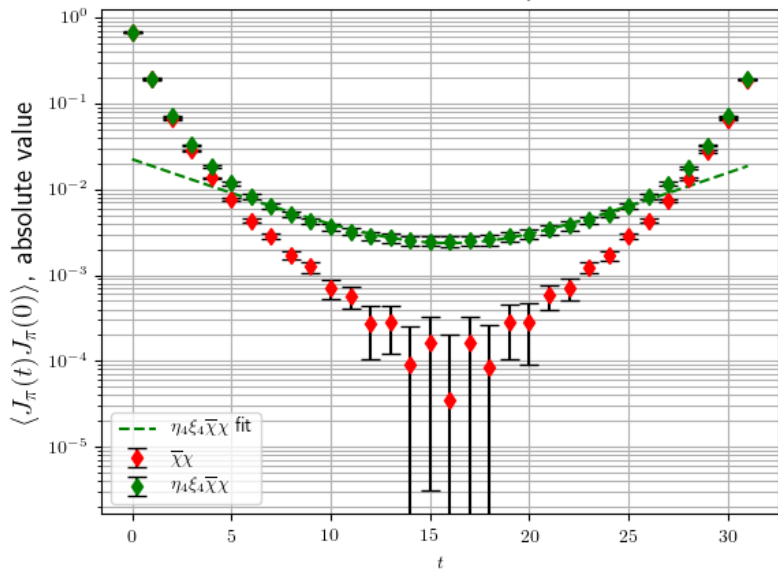
$$C_i i(t) = A_+ \cosh\left(-m_+(t - \frac{N_t}{2})\right) + (-1)^t A_- \cosh\left(-m_-(t - \frac{N_t}{2})\right),$$

(24)

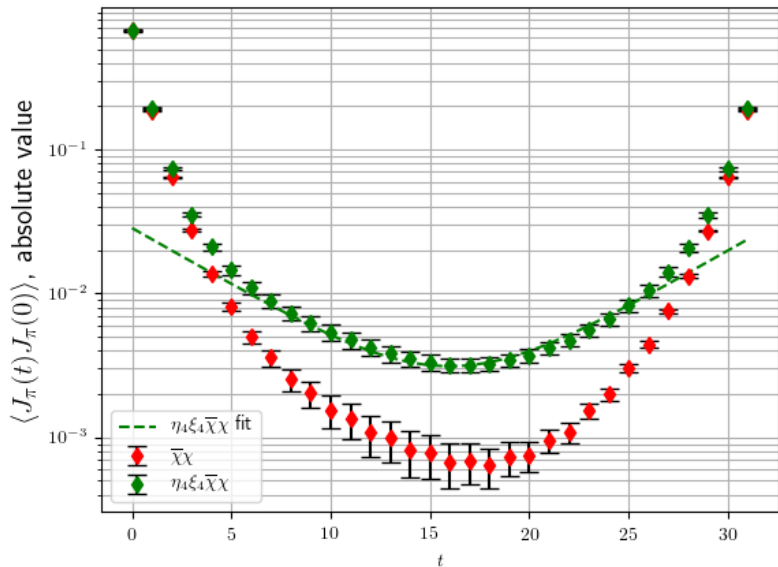
Pion current correlator for $a\mu = 0.00$



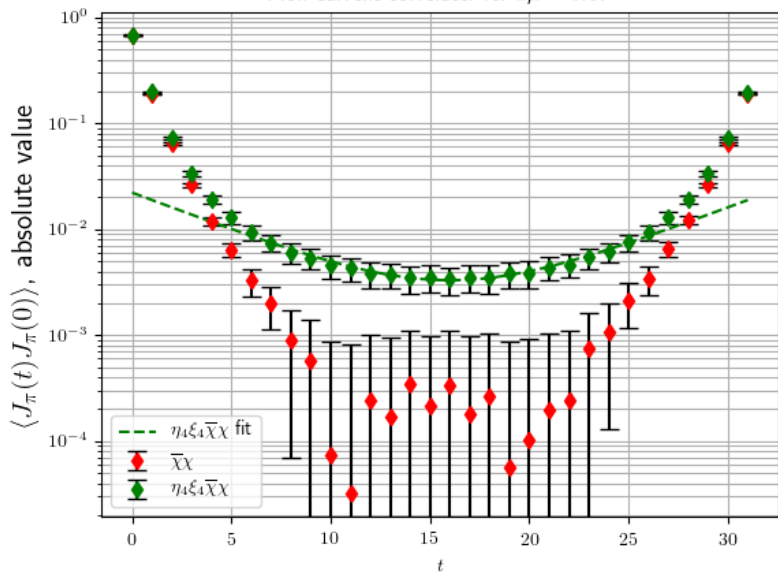
Pion current correlator for $a\mu = 0.01$



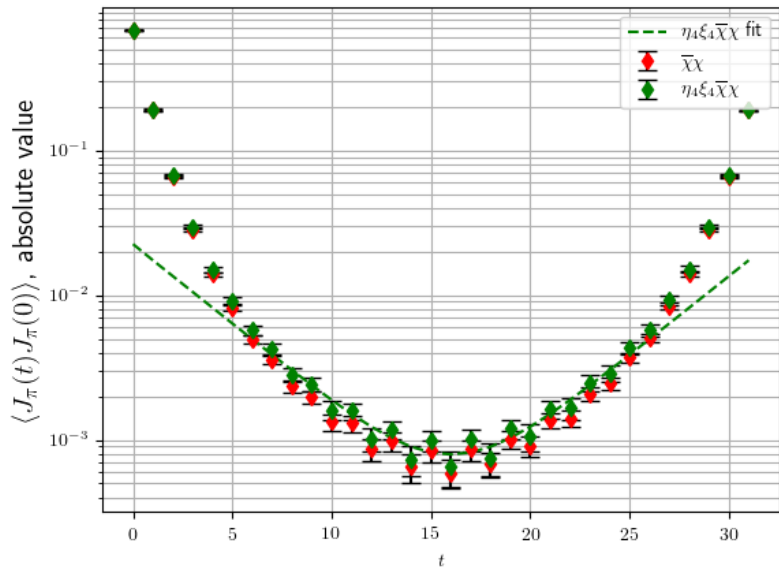
Pion current correlator for $a\mu = 0.02$



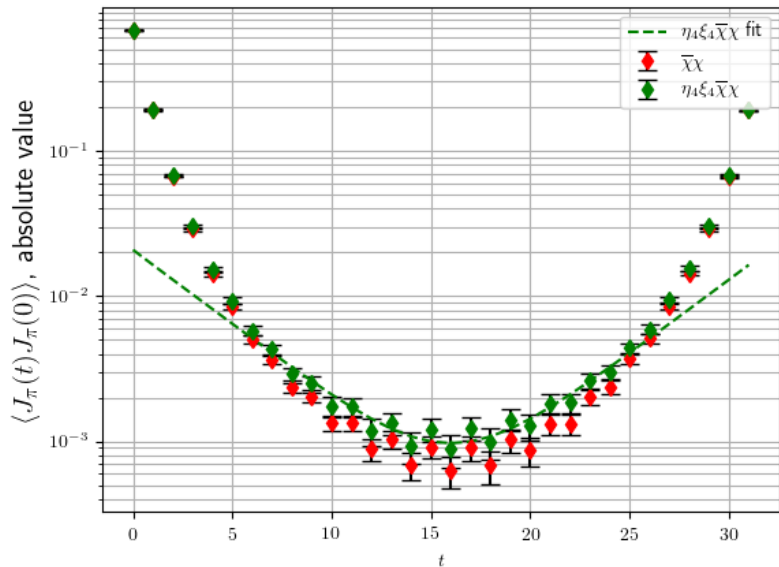
Pion current correlator for $a\mu = 0.07$



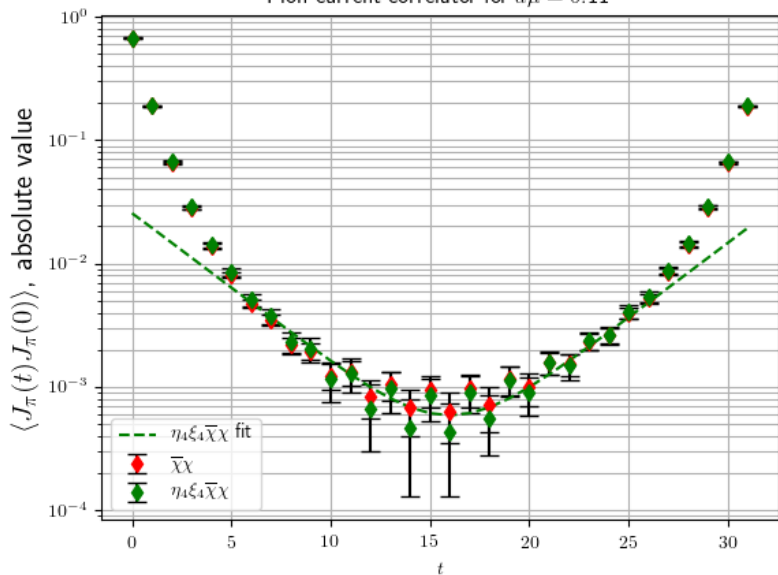
Pion current correlator for $a\mu = 0.09$



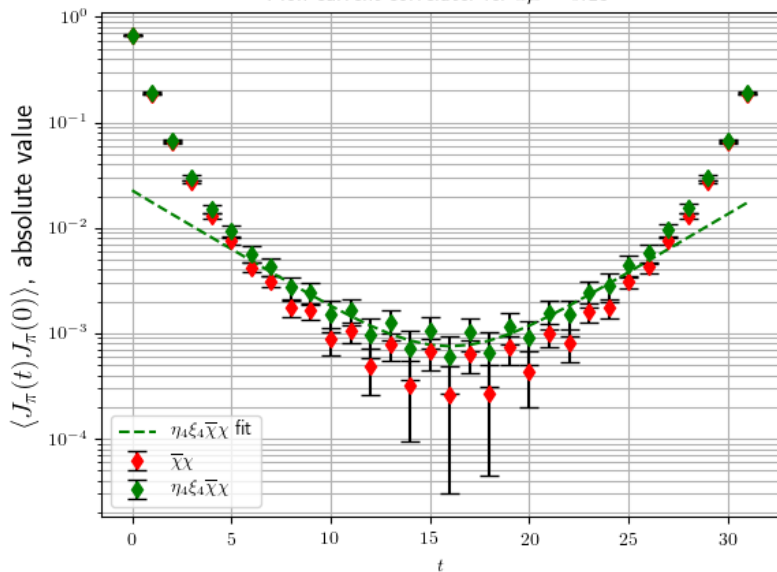
Pion current correlator for $a\mu = 0.10$



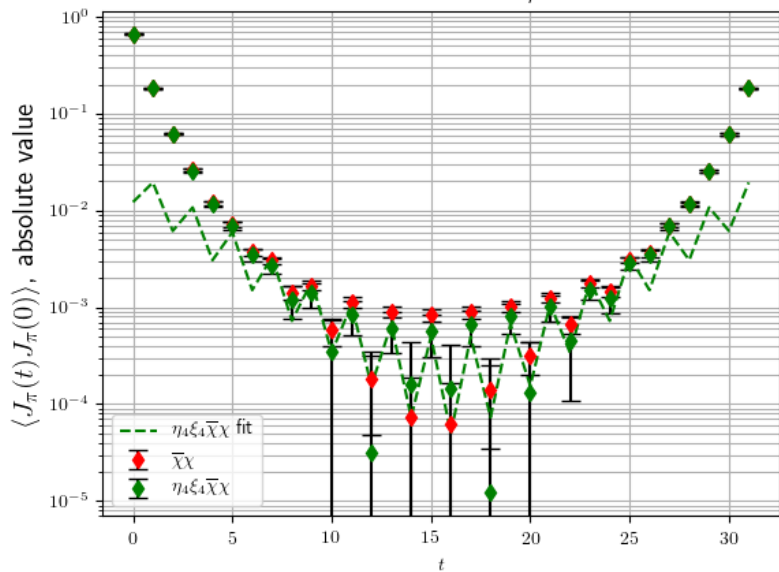
Pion current correlator for $a\mu = 0.11$



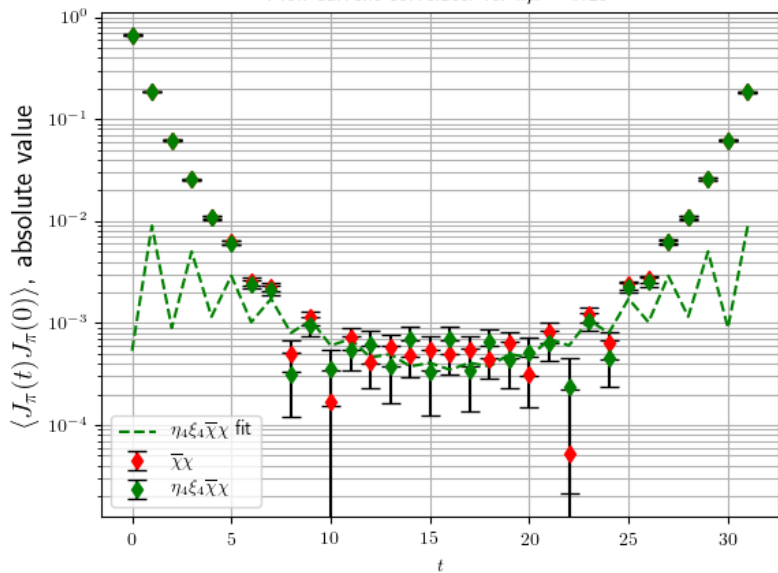
Pion current correlator for $a\mu = 0.13$



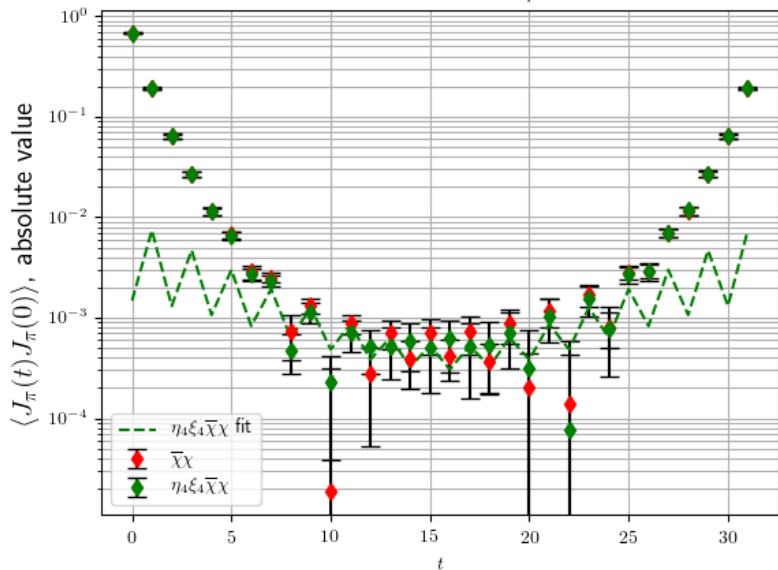
Pion current correlator for $a\mu = 0.15$



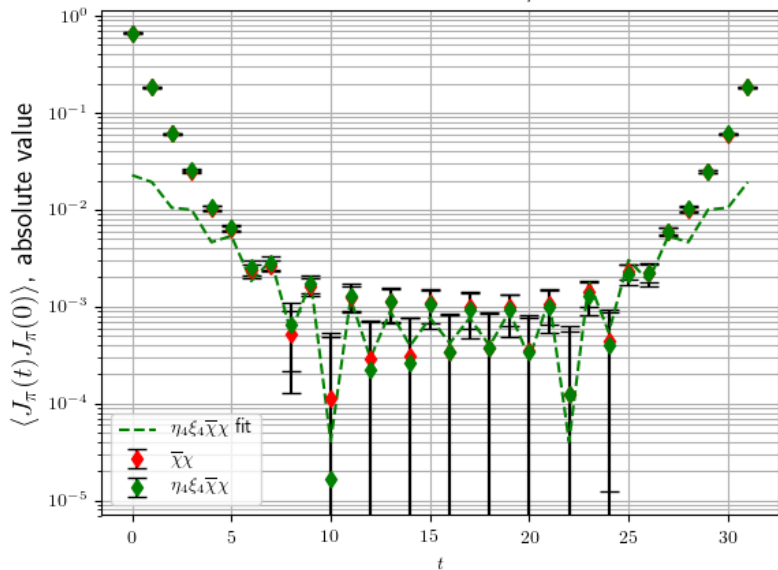
Pion current correlator for $a\mu = 0.19$



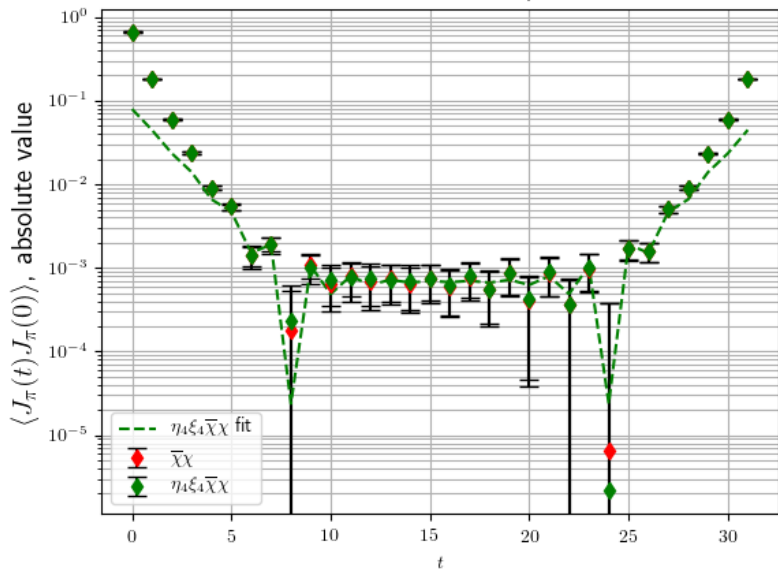
Pion current correlator for $a\mu = 0.20$



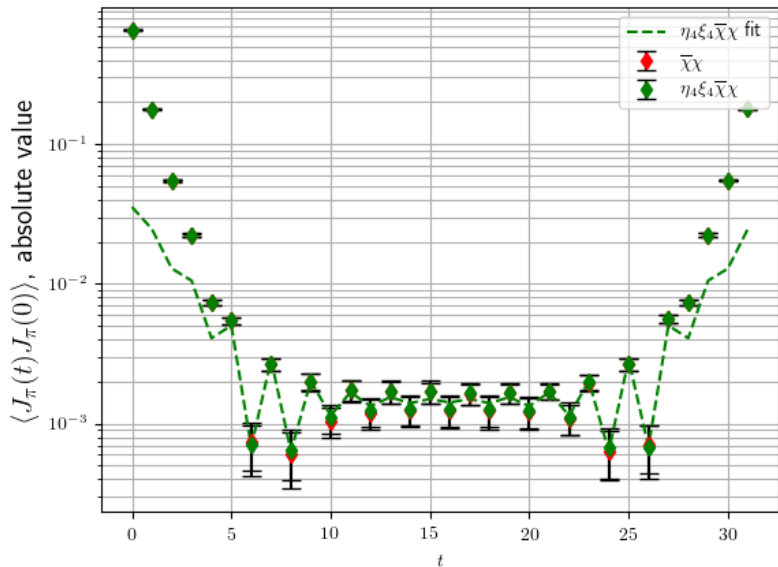
Pion current correlator for $a\mu = 0.23$



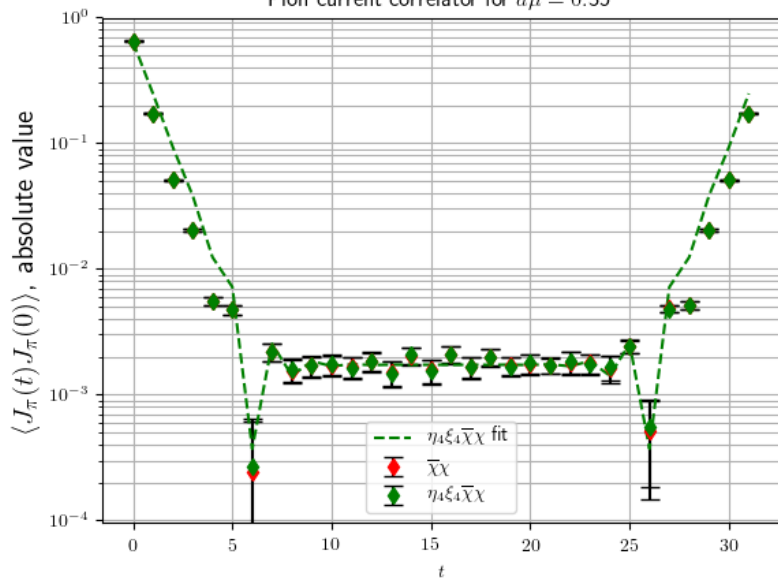
Pion current correlator for $a\mu = 0.25$



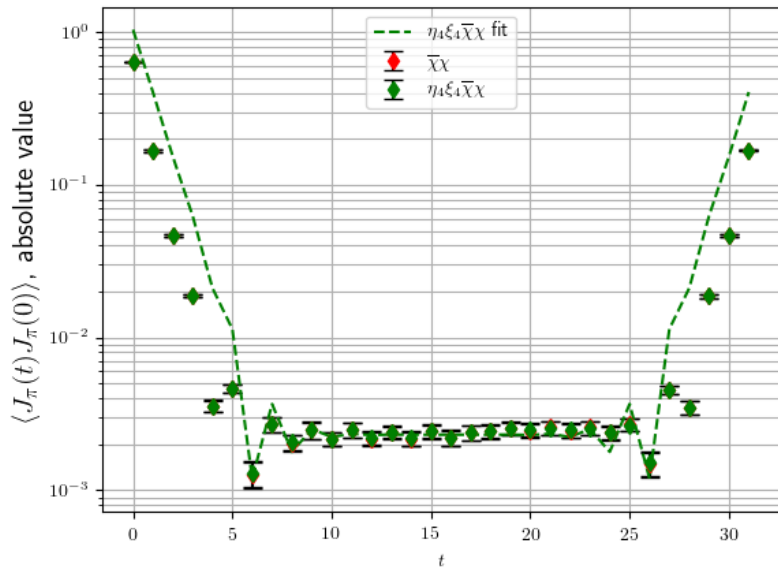
Pion current correlator for $a\mu = 0.30$



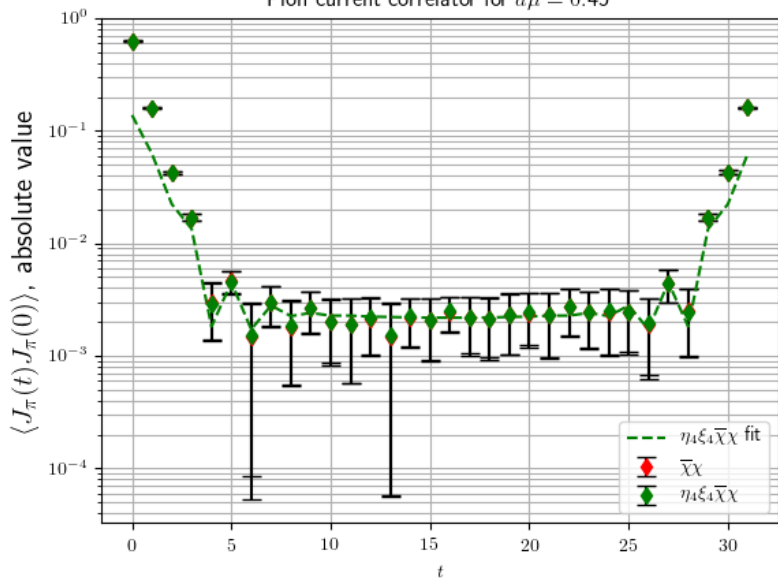
Pion current correlator for $a\mu = 0.35$



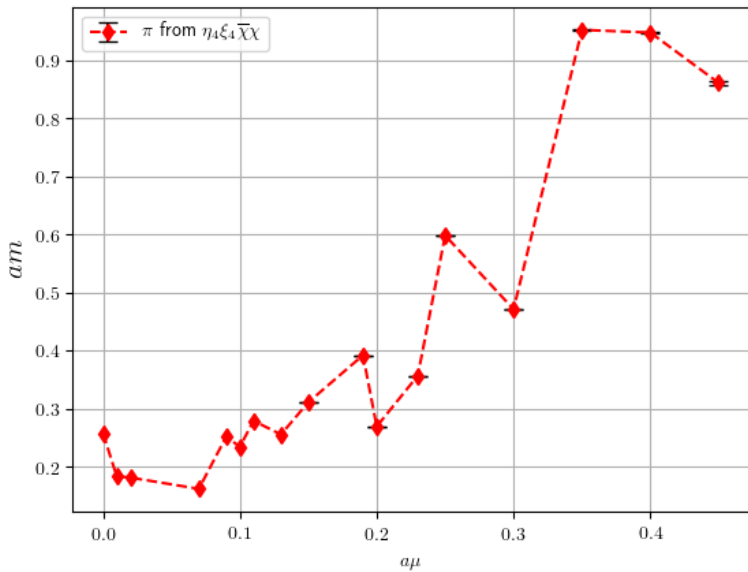
Pion current correlator for $a\mu = 0.40$



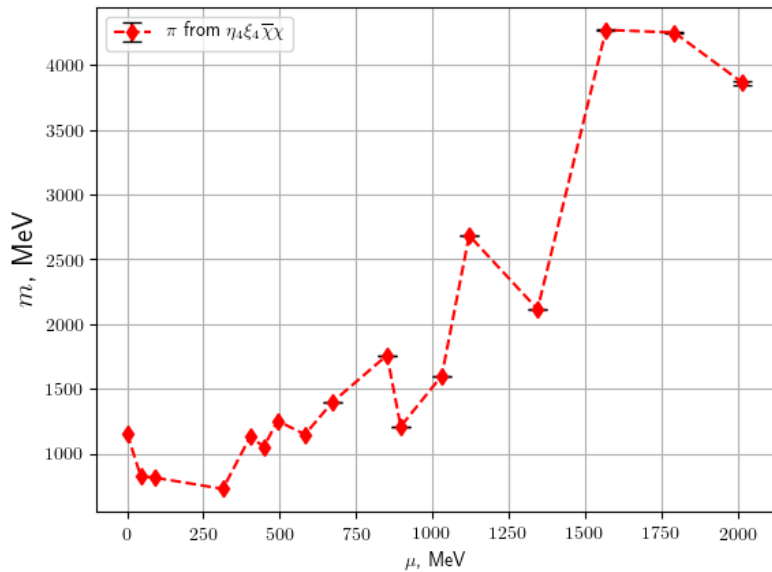
Pion current correlator for $a\mu = 0.45$



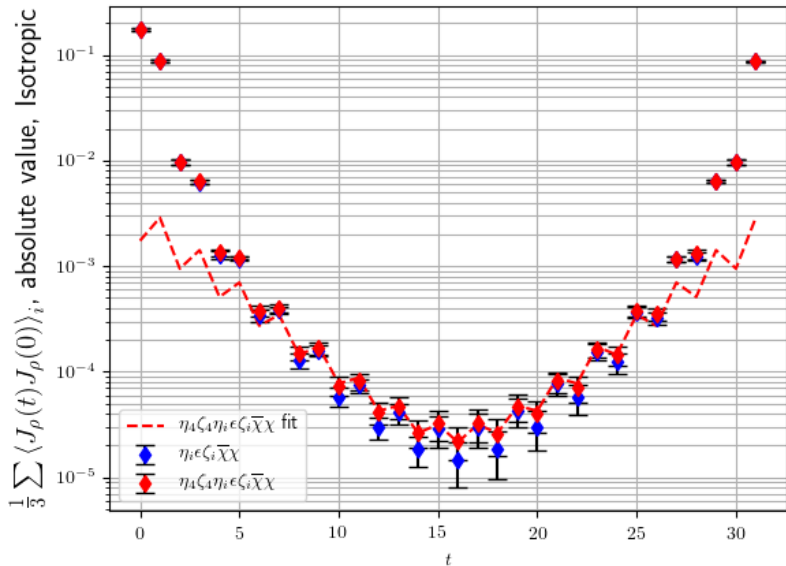
meson mass as function of $a\mu$



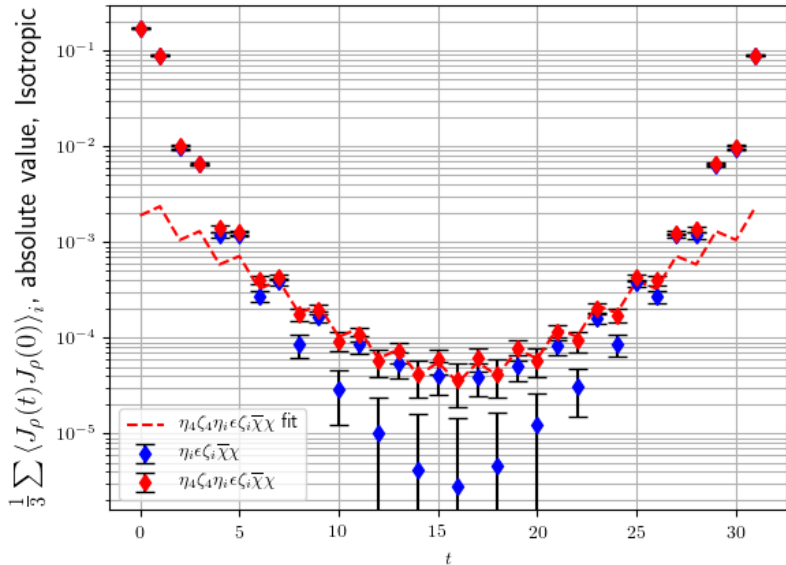
meson mass as function of μ



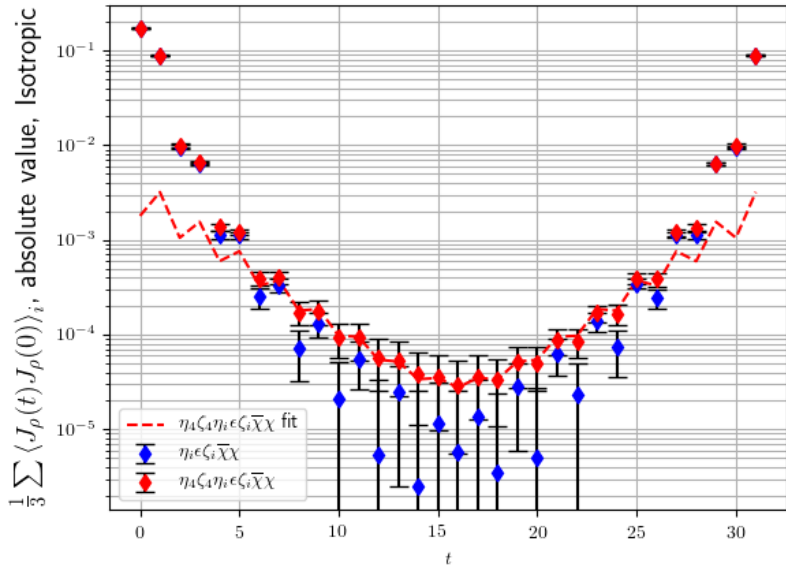
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.00$



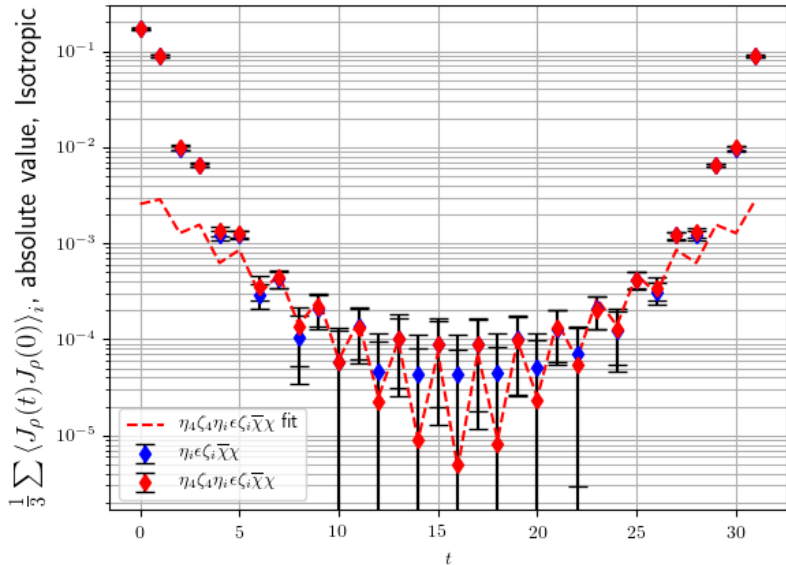
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.01$



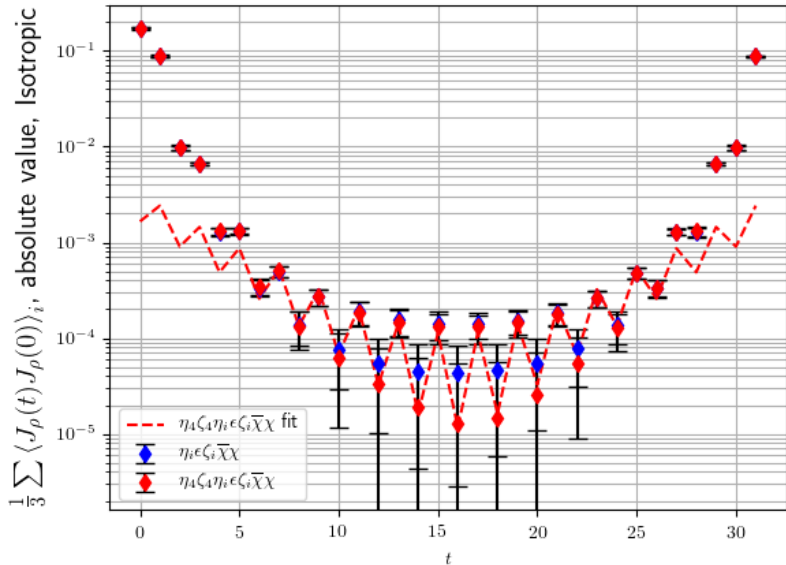
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.02$



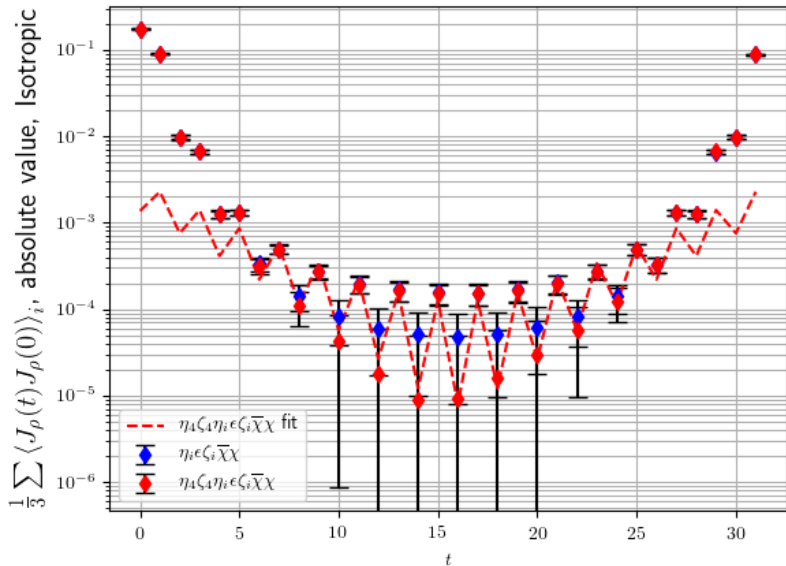
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.07$



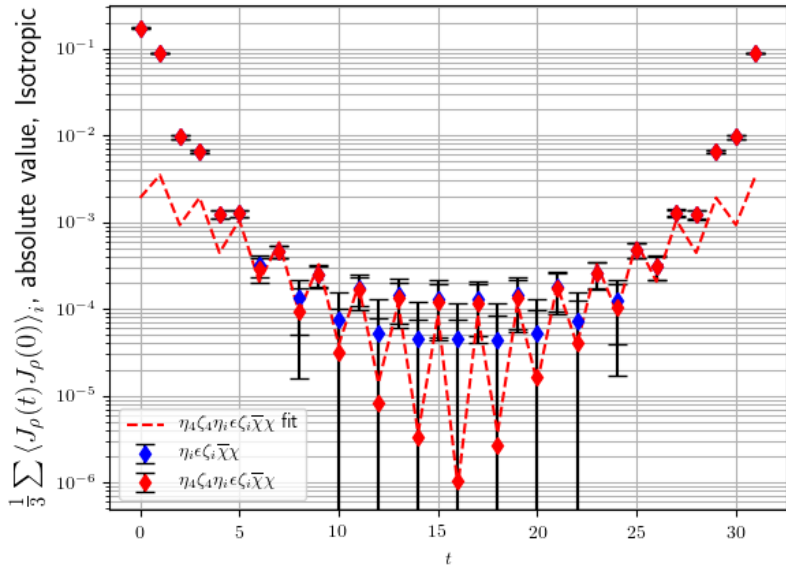
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.09$



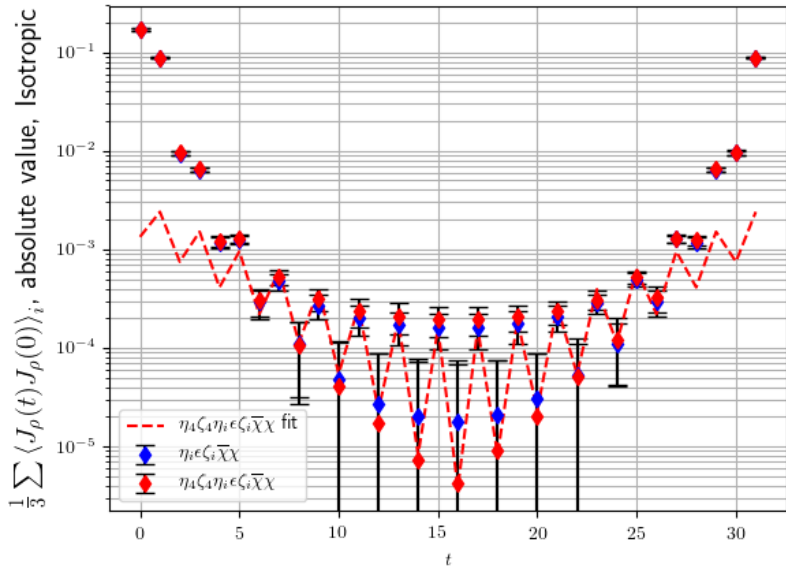
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.10$



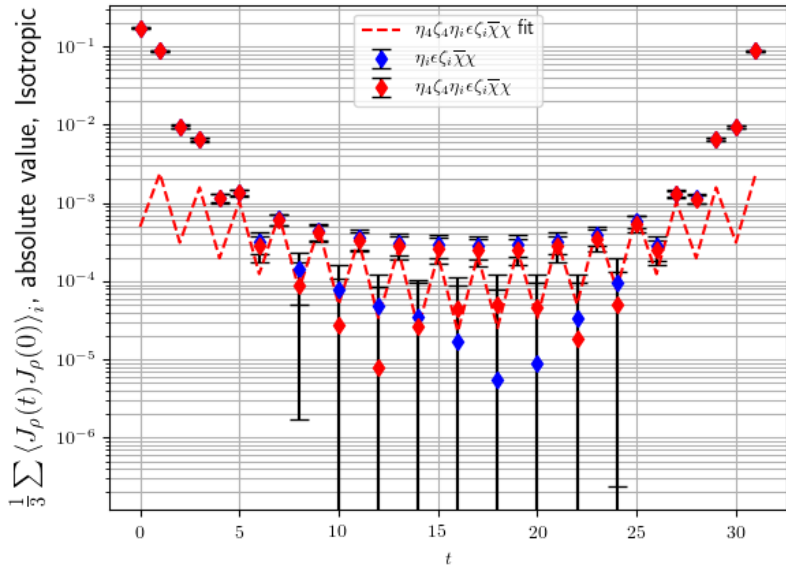
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.11$



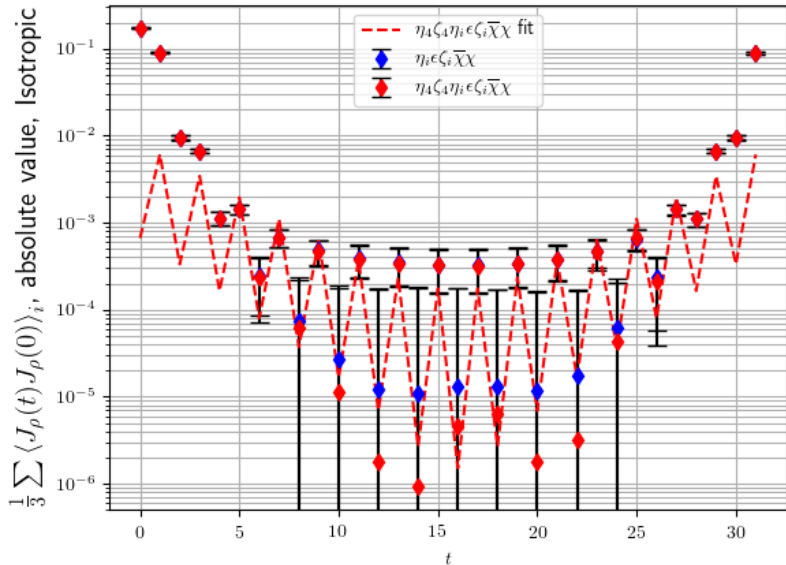
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.13$



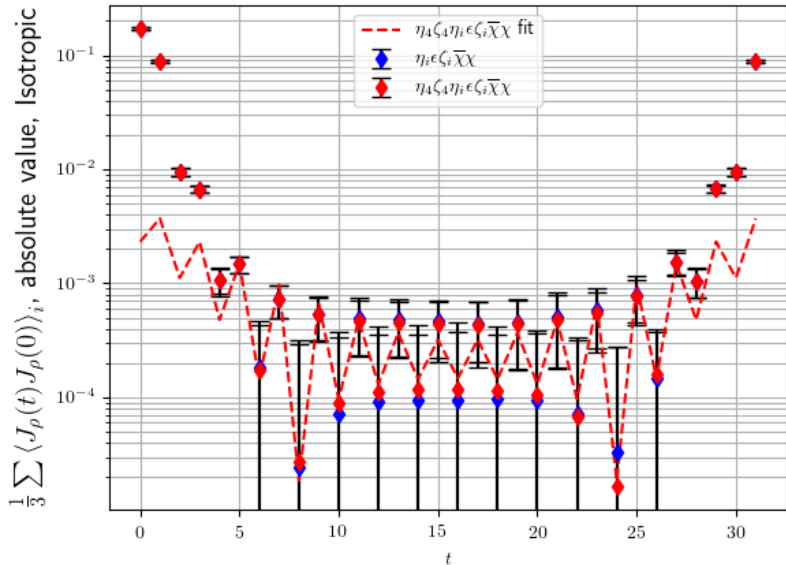
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.15$



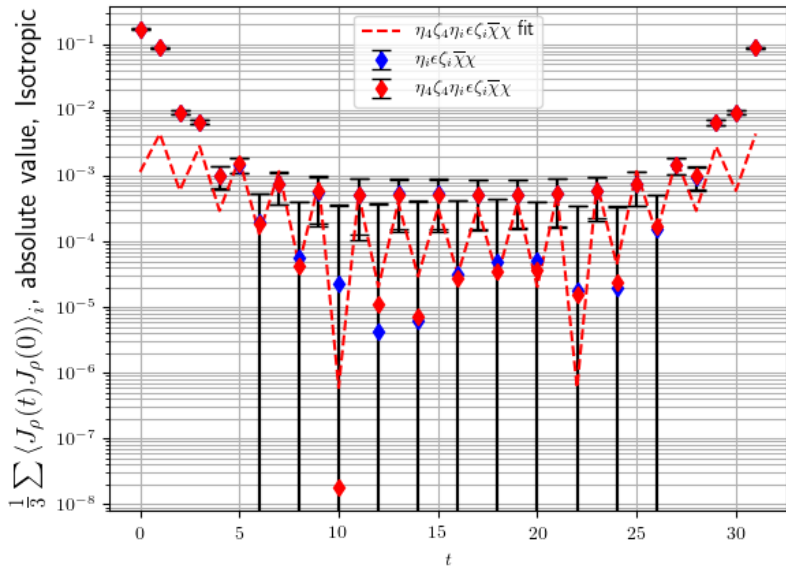
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.19$



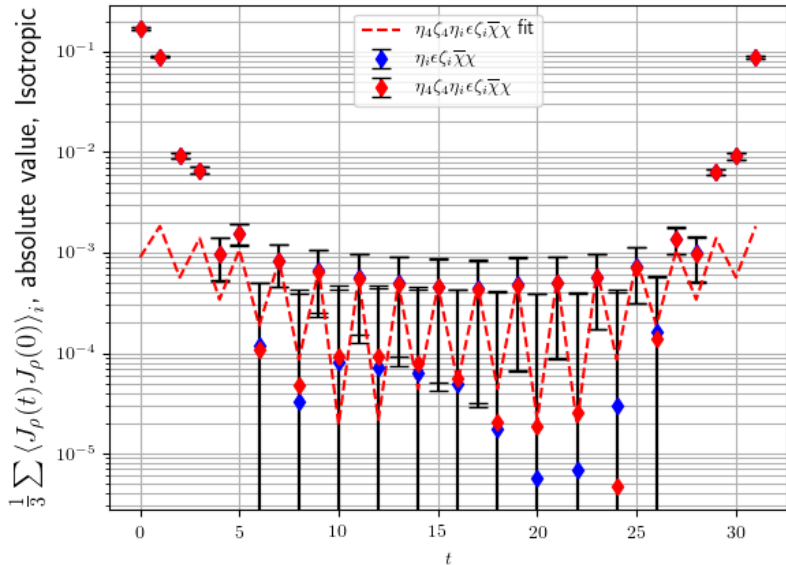
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.20$



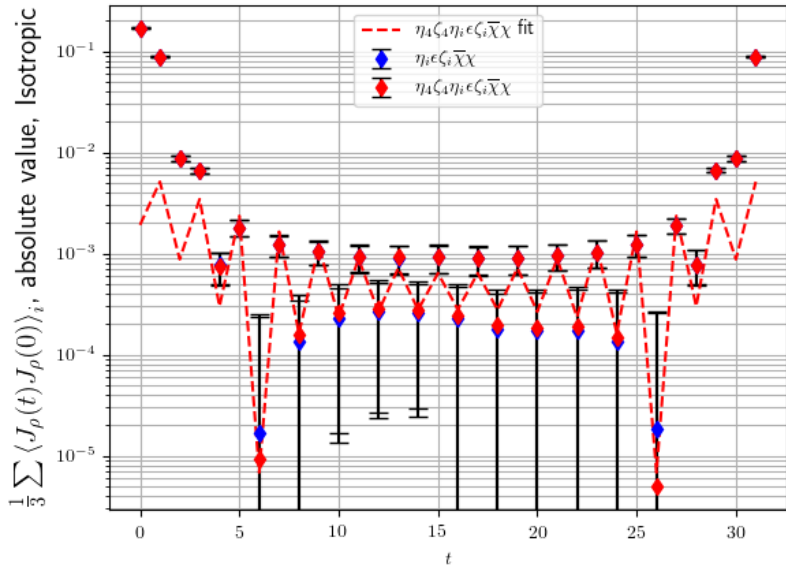
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.23$



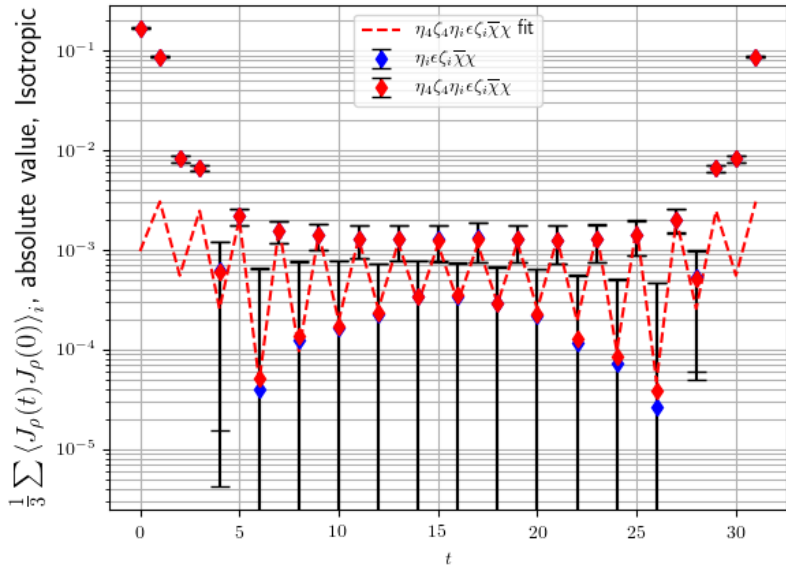
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.25$



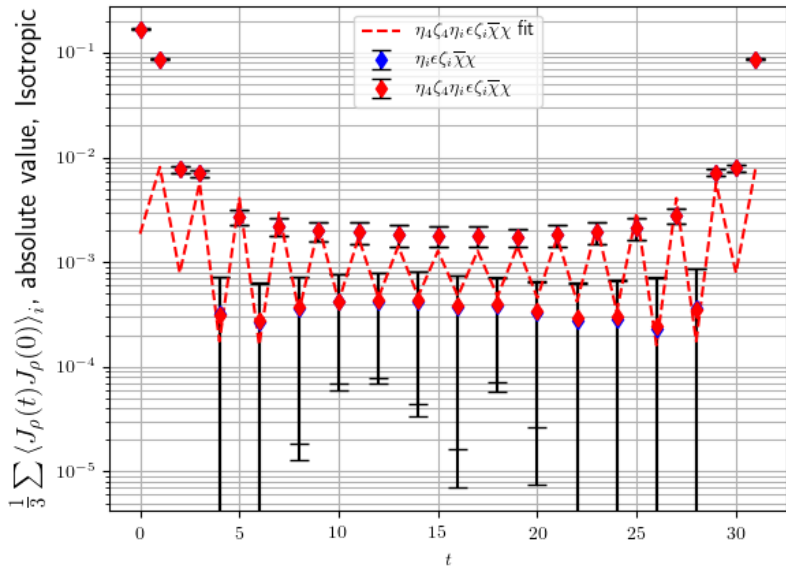
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.30$



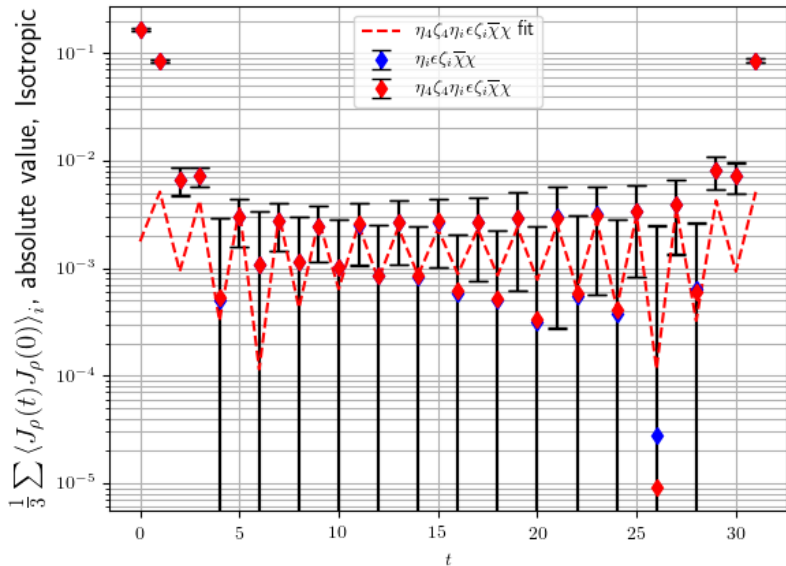
ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.35$

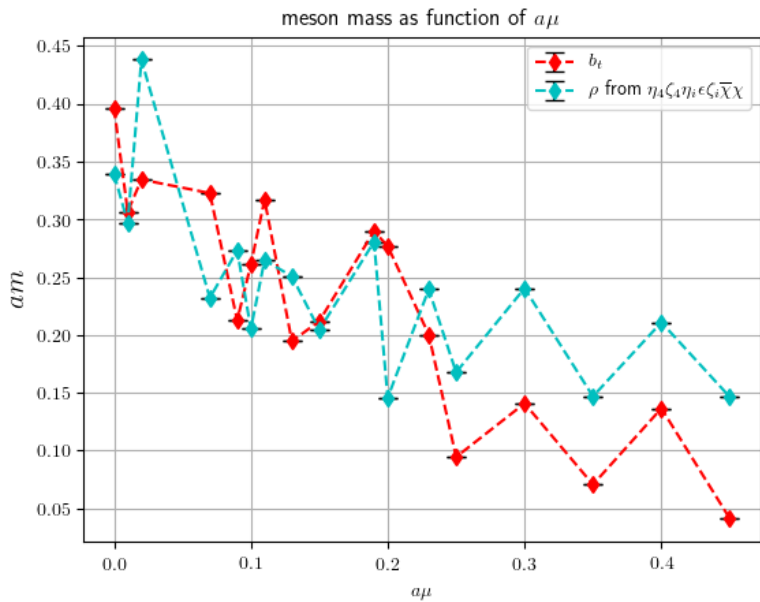


ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.40$

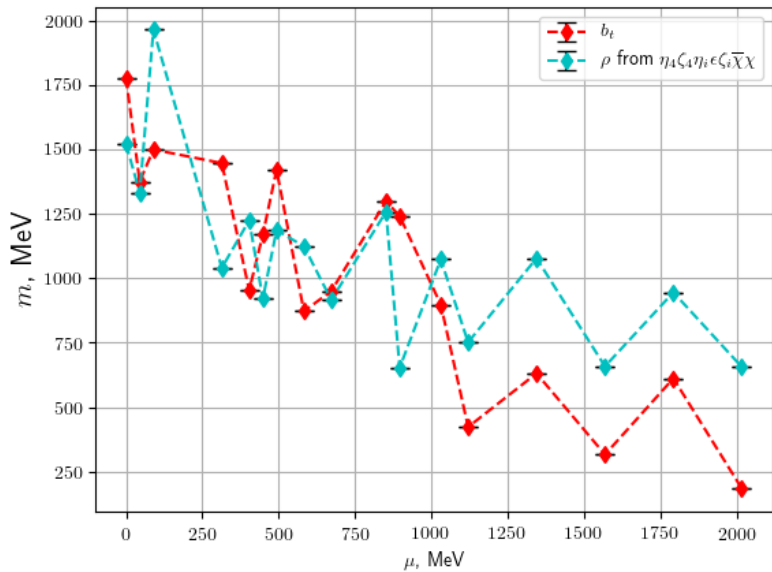


ρ -meson current correlator for $a\mu = 0.45$





meson mass as function of μ



Благодарности

Автор выражает благодарность лаборатории решёточных калибровочных теорий поля НИЦ КИ — ИТЭФ и лично Брагуге Виктору Валериевичу и Николеву Александру Александровичу за помощь в написании данной работы.

Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт» и центра коллективного пользования сверхпроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М. В. Ломоносова.

Отдельно автор благодарит Борнякова Виталия Геннадьевича за рецензию на данную работу.