Конформная гравитация взамен темной материи в галактиках

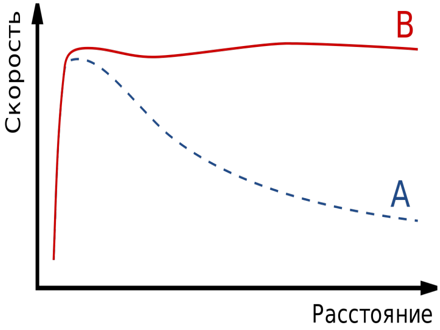
Курсовая работа

Тагиев Вагиф
Научный руководитель: член-корр. РАН, доктор физ.- мат. наук, Горбунов Д.С.

Физический факультет
группа 217

13 мая 2019

Введение



Классическое описание

Классическая ньютоновская гравитация предсказывает падение величины скорости вращения галактики с расстоянием от центра галактики

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Классическое описание

Для решения данной проблемы вводятся новые частицы темной материи, которые взаимодействуют с барионным веществом только гравитационно. Но есть другой подход связанный с модификацией теории гравитаии. Одна из таких модификаций предложена Мангеймом, и основана на теории Вейля.

Действие

В основу своей теории Мангейм кладет действие следующего вида:

$$I_W = -\alpha_g \int d^4x \sqrt{-g} C_{\lambda\mu\nu\kappa} C^{\lambda\mu\nu\kappa} + I_M \tag{1}$$

где

$$C_{\lambda\mu\nu\kappa} = R_{\lambda\mu\nu\kappa} - \frac{1}{2}(g_{\lambda\nu} R_{\kappa\mu} - g_{\lambda\kappa} R_{\mu\mu} - g_{\mu\nu} R_{\lambda\kappa} + g_{\mu\kappa} R_{\lambda\nu}) + \\ + \frac{1}{6} R (g_{\lambda\nu} g_{\mu\kappa} - g_{\lambda\kappa} g_{\mu\nu}) \tag{2}$$

Действие

Теория подчиняется конформным преобразованиям - растяжения, которые меняют физический масштаб:

$$g^{\mu\nu}(x) \to \Omega^2(x)g^{\mu\nu}(x) \tag{3}$$

Уравнение Баха:

$$4\alpha_g W_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \tag{4}$$

где

$$W_{\mu\nu} = -\frac{1}{6}g_{\mu\nu}R^{;\beta}{}_{;\beta} + R_{\mu\nu}{}^{;\beta}{}_{;\beta} - R_{\mu}{}^{\beta}{}_{;\nu;\beta} - R_{\nu}{}^{\beta}{}_{;\mu;\beta} - 2R_{\mu\beta}R_{\nu}{}^{\beta} + \\ + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + \frac{2}{3}R_{;\mu;\nu} + \frac{2}{3}RR_{\mu\nu} - \frac{1}{6}g_{\mu\nu}R^2 \tag{5}$$

Вакуумное решение

Вакуумное статическое сферически-симметричное решение имеет вид:

$$ds^2 = -B(r)dt^2 + \frac{1}{B(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \tag{6}$$

где

$$B(r) = 1 - \frac{\beta(2 - 3\beta\gamma)}{r} - 3\beta\gamma + \gamma r + kr^2$$

Материальное решение

$$f(r) = \frac{3}{4\alpha_g B(r)}(T^0{}_0 - T^r{}_r) =$$
$$= \frac{3}{B(r)}(W^0{}_0 - W^r{}_r) = B'''' + 4\frac{B'''}{r} = \Delta^2 B(r) \quad (7)$$

Слабые поля

Для слабых полей и нерелятивистской материи уравнение сводится к уравнению Пуассона 4-го порядка:

$$\Delta^2\varphi = \frac{3}{4\alpha_g}\rho(r) = f(r) \tag{8}$$

Его решение для сферически—симметричной материи распределнной в области с характерным размером R имеет вид:

$$\varphi(r) = -\frac{r}{2}\int_0^r dr' f(r')r'^2 - \frac{1}{6r}\int_0^r dr' f(r')r'^4 - \\ -\frac{1}{2}\int_r^R dr' f(r')r'^3 - \frac{r^2}{6}\int_r^R dr' f(r')r' \tag{9}$$

Сила

$$\frac{d\varphi(r)}{dr} = \frac{1}{6r^2}\int\limits_0^r dr' f(r') r'^4 - \frac{1}{2}\int\limits_0^r dr' f(r') r'^2 - \frac{r}{3}\int\limits_r^R dr' f(r') r' \qquad (10)$$

Распределение материи в галактике:

$$\rho(r,z) = \Theta(r) = \Theta_0 e^{-r/R_0}\delta(z) \tag{11}$$

Потенциал уединенного объекта:

$$V(r) = -\frac{\beta}{r} + \frac{\gamma r}{2} \tag{12}$$

Потенциал всей галактики:

$$V_{gal}(r,z) = \int\limits_0^\infty dr' \int\limits_0^{2\pi} d\phi' \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz' r' \rho(r',z') V(r) \tag{13}$$

Кривые вращения

$$v_{loc}^2 = \frac{GM_\odot N r^2}{2R_0^3}\left[I_0\left(\frac{r}{2R_0}\right)K_0\left(\frac{r}{2R_0}\right) - I_1\left(\frac{r}{2R_0}\right)K_1\left(\frac{r}{2R_0}\right)\right] + \\ + \frac{N\gamma r^2}{2R_0} I_1\left(\frac{r}{2R_0}\right)K_1\left(\frac{r}{2R_0}\right) \quad (14)$$

$$r = \frac{\rho}{(1-\gamma_0\rho/4)}, \qquad t = \int \frac{d\tau}{R(\tau)} \quad (15)$$

$$-(1+\gamma_0 r)c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{(1+\gamma_0 r)} + r^2 d\Omega^2 \rightarrow \\ \rightarrow \frac{(1+\gamma_0\rho/4)^2}{R(\tau)(1-\gamma_0\rho/4)^2}\left[-c^2 d\tau^2 + \frac{R^2(\tau)}{(1-\gamma_0^2\rho^2/16)}(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2)\right] \quad (16)$$

Кривые вращения

Окончательно получаем завсимость для скорости:

$$v_{tot}^2(r) = v_{loc}^2(r) + \frac{\gamma_0 r}{2} - kr^2 \qquad (17)$$

Применяя данный результат к описанию кривых вращения, можно получить значения введенных констант:

$$\beta = 1,48 \times 10^5 \text{см}, \gamma = 5,42 \times 10^{-41} \text{см}^{-1}$$
$$\gamma_0 = 3,06 \times 10^{-30} \text{см}^{-1}, k = 9,54 \times 10^{-54} \text{см}^{-2} \qquad (18)$$

Кривые вращения

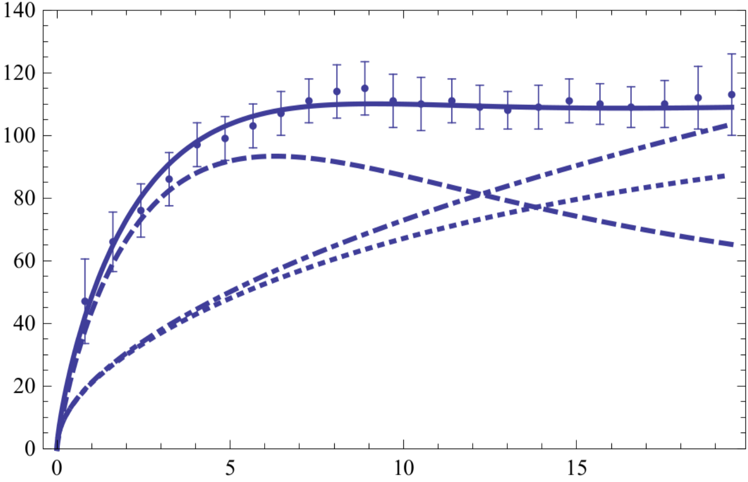


Рис.: галактика NGC4183

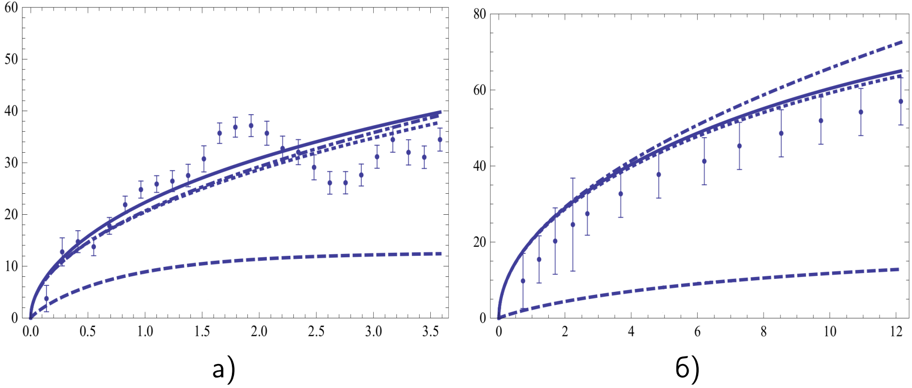
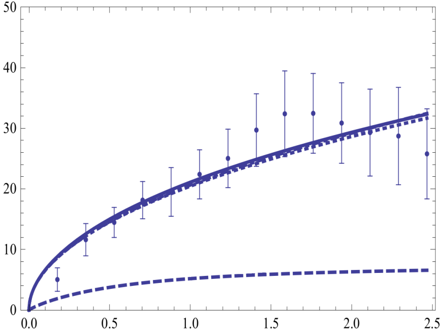
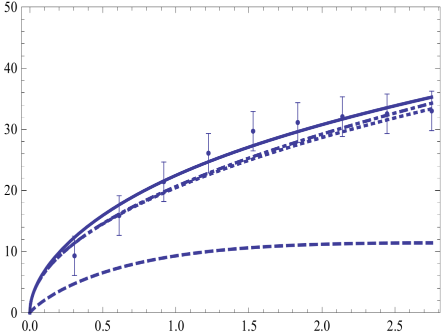


Рис.: а) UGC5139 , б) UGC4173

Кривые вращения



а)



б)

Рис.: а) UGC4459, б)UGC7559

Шаровые скопления

По аналогии получаем потенциал для шаровых скоплений:

$$V(r) = -\frac{4\pi GM_{\odot}}{r}\int\limits_0^r \rho(r')r'^2 dr' - 4\pi GM_{\odot}\int\limits_r^\infty \rho(r')r' dr' +$$

$$+\frac{2\pi\gamma}{r}\int\limits_0^r \rho(r')(3r^2r'^2 + r'^4)dr' + 2\pi\gamma\int\limits_r^\infty \rho(r')(3r'^3 + r^2)dr' +$$

$$+\frac{\gamma_0 r}{2} - kr^2 \quad (19)$$

Шаровые скопления

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial(\rho\sigma^2)}{\partial r} = -\rho(r)\frac{\partial \phi}{\partial r} \tag{21}$$

$$\sigma^2(r) = \frac{1}{\rho(r)} \int\limits_r^\infty \rho(r)\frac{\partial \phi}{\partial r} \tag{22}$$

Шаровые скопления

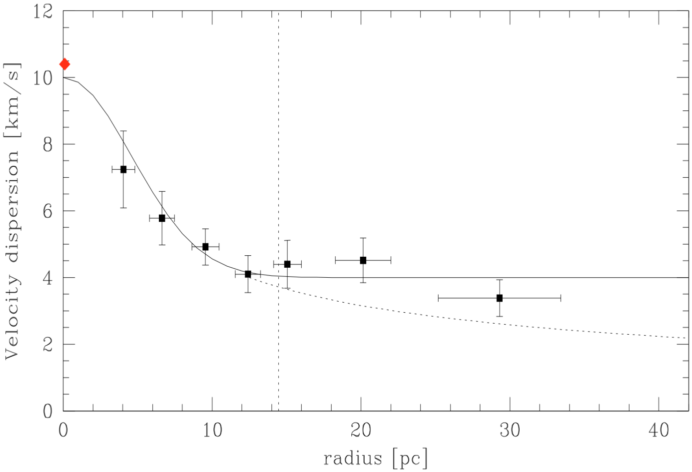


Рис.: Caption

Шаровые скопления

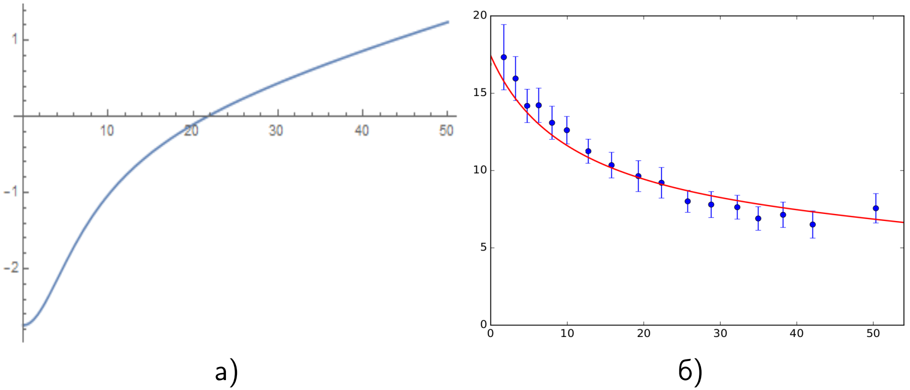
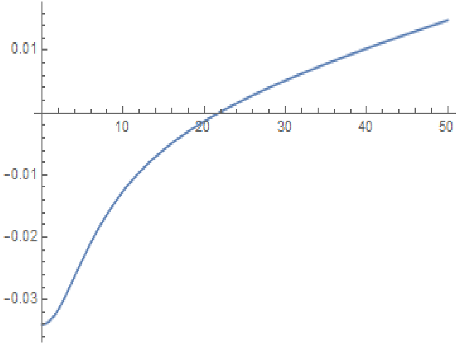
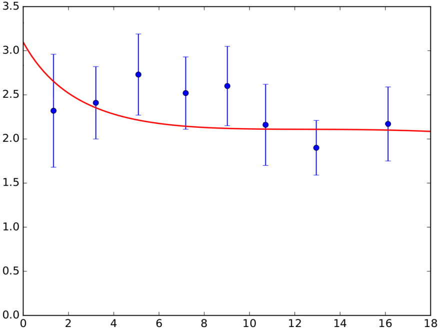


Рис.: скопление NGC5139

Шаровые скопления



a)



б)

Рис.: скопление UGC288

Шаровые скопления

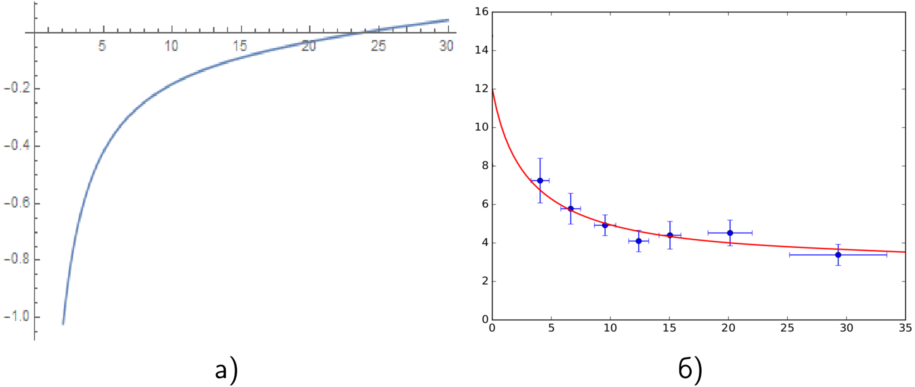


Рис.: скопление UGC1851

Конец

Спасибо за внимание!