МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра физики частиц и космологии

Рождение тяжёлых бозонов в ранней Вселенной после инфляции

Курсовая работа

студента 2 курса 205 группы

Газизова Ратмира Ленаровича

Научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук, член-корр. РАН, г.н.с. ОТФ ИЯИ РАН

Дмитрий Сергеевич Горбунов

Москва, 2020

Содержание

1 Введение 3
2 Теоретическая часть 4
3 Численное моделирование 7
3.1 Начальные условия 7
3.2 Результаты 7
4 Заключение 15
5 Список литературы 16

Введение

Теория инфляции была разработана для решения большого количества проблем в космологии. Во многих моделях инфляция реализуется с помощью гипотетического скалярного поля – инфлантонного. Инфляционное расширение Вселенной происходит за счёт скатывания поля к минимуму в некотором потенциале. Процесс завершается колебаниями поля в минимуме этого потенциала. Из-за взаимодействия инфлантонного поля с другими полями после инфляции энергия инфлантонного поля идёт на рождение частиц.

В данной работе рассматривается рождение тяжёлых скалярных частиц с неминимальной связью с гравитацией в модели инфляции Старобинского. Для получения численных результатов используется метод, основанный на преобразованиях Боголюбова. Целью исследования является получение спектра частиц и зависимости плотности числа частиц от времени.

Теоретическая часть

Действие инфлантонного поля выглядит следующим образом:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - V(\varphi)\right). \tag{1}$$

Будем рассматривать случай однородного поля. Из действия (1) получаем уравнение движения

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V(\varphi)}{\partial\varphi} = 0. \tag{2}$$

В качестве модели инфляции будем рассматривать модель Старобинского [1], в которой потенциал инфлантонного поля выражен формулой:

$$V(\varphi) = \frac{3}{4}\mu^2 M_P^2\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}\right)^2, \tag{3}$$

где μ – масса инфлантона, $M_P = M_{Pl}/\sqrt{8\pi} = 2.4\times 10^{18}$ ГэВ – приведённая масса Планка. Тогда уравнение движения (2) примет следующий вид:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \sqrt{\frac{3}{2}}m_\varphi^2 M_P\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}\right)e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}} = 0. \tag{4}$$

Так как в уравнении (2) фигурирует параметр Хаббла, также следует решить уравнение Фридмана

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2}\left(\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V\right) = \frac{1}{3M_P^2}\left\{\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{3}{4}\mu^2 M_P^2\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}\right)^2\right\}. \tag{5}$$

В дальнейшем будет удобнее пользоваться метрикой в форме

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - d\vec{x}^2),$$

где η – конформное время, a – масштабный фактор. В конформном времени уравнения (4) и (5) будут выглядеть следующим образом:

$$\varphi'' + 2Ha\varphi' + \sqrt{\frac{3}{2}}m_\varphi^2 a^2 M_P\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}\right)e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}} = 0, \qquad (6)$$

$$H^2 = \left(\frac{a'}{a^2}\right)^2 = \frac{1}{3M_P^2}\left\{\frac{\varphi'^2}{2a^2} + \frac{3}{4}\mu^2 M_P^2\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}\right)^2\right\}. \qquad (7)$$

Будем исследовать возбуждаемое поле с действием

$$S_\psi^{JF} = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi - \frac{1}{2}m_\psi^2\psi^2 + \frac{\xi}{2}R\psi^2\right). \qquad (8)$$

Последнее слагаемое в лагранжиане представляет собой неминимальную связь с гравитацией с безразмерным параметром ξ. Из действия (8) можно получить уравнение движения [2]

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} - \frac{\partial^2}{\partial\vec{x}^2} + e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}a^2 m_\psi^2 - \left(\frac{1}{6} - \xi\right)\left(6\frac{a''}{a} + \frac{\varphi'^2}{M_P^2} + \frac{\sqrt{6}a^2}{M_P}\frac{\partial V(\varphi)}{\partial\varphi}\right)\right\}s(\eta,\vec{x}) = 0, \ (9)$$

где была произведена замена

$$\psi = e^{\sqrt{\frac{1}{6}}\frac{\varphi}{M_P}}\frac{s}{a(\eta)}.$$

Решение уравнения (9) может быть записано с помощью преобразования Фурье в виде:

$$s(\eta,\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int d^3p\left(\hat{a}_p s_p(\eta)e^{-i\vec{p}\vec{x}} + \hat{a}_{\mathrm{p}}^\dagger s_p^*(\eta)e^{i\vec{p}\vec{x}}\right), \qquad (10)$$

где $\hat{a}_p$ и $\hat{a}_{\mathrm{p}}^\dagger$ – операторы уничтожения и рождения. Подставляя выражение (10) в уравнение (9) получаем уравнение для моды $s_p(\eta)$

$$s_p'' + \omega^2(\eta)s_p = 0, \qquad (11)$$

где частота зависит от времени

$$\omega^2 = p^2 + e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}m_s^2 a^2 - \left(\frac{1}{6} - \xi\right)\left\{6\frac{a''}{a} + \frac{\varphi'^2}{M_p^2} + 3\mu^2 a^2\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}\right)e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}\right\}. \ (12)$$

Уравнение (11) представляет собой уравнение параметрического осциллятора.

С помощью метода, основанного на преобразованиях Боголюбова, можно получить значение для плотности числа частиц [3]

$$n_\psi = \frac{1}{(2\pi a)^3} \int d^3p \left|\beta_p\right|^2, \tag{13}$$

где β_p – коэффициент Боголюбова, который может быть выражен через моды

$$\left|\beta_p\right|^2 = \frac{\left|s_p'\right|^2 + \omega^2 \left|s_p\right|^2}{2\omega} - \frac{1}{2}. \tag{14}$$

Численное моделирование

Начальные условия

Можно предположить, что за некоторое время до конца инфляции во Вселенной отсутствуют частицы, а также выполняется условие адиабатического процесса, $|\omega'|/\omega^2 \ll 1$. Тогда можно ввести начальные условия:

$$s_p \to 1/\sqrt{2\omega},\ \ s_p' \to -i\omega s_p \ \text{ при } \ \eta \to -\infty.$$

Эксперименты по наблюдению за реликтовым излучением устанавливают массу инфлантона [4]

$$\mu = 1.3 \times 10^{-5}\, M_P = 3.1 \times 10^{13} \text{ ГэВ}$$

Будем рассматривать возбуждение частиц с массой большей, чем масса инфлантона. Выберем следующие параметры:

- $m_\psi = 0.00417\, M_P = 10^{16}$ ГэВ
- $\xi = 0.1$

И выберем следующие начальные условия в момент времени $\eta = 0$ из определенных соображений – $|\ddot{\varphi}/3H\dot{\varphi}| \ll 1$ (режим медленного скатывания) и $\dot{\varphi}/2V \ll 1$ (кинетической энергией можно пренебречь по сравнению с потенциальной):

- $\varphi(0) = 2.33\, M_P$
- $\varphi'(0) = -8.42 \times 10^{-9} M_P^2$
- $a(0) = 0.0057$
- $s_p = 1/\sqrt{2\omega(0)}$
- $s_p' = -i\sqrt{\omega(0)/2}$

Результаты

На рис.1 изображена эволюция фона φ, в котором можно выделить две стадии: медленному скатыванию соответствует эпоха инфляции, последующим колебаниям – постинфляционный разогрев. На рис.2 и рис.3 изображена та же зависимость инфлантонного поля от конформного времени, но с другими начальными условиями, ответ не изменился.

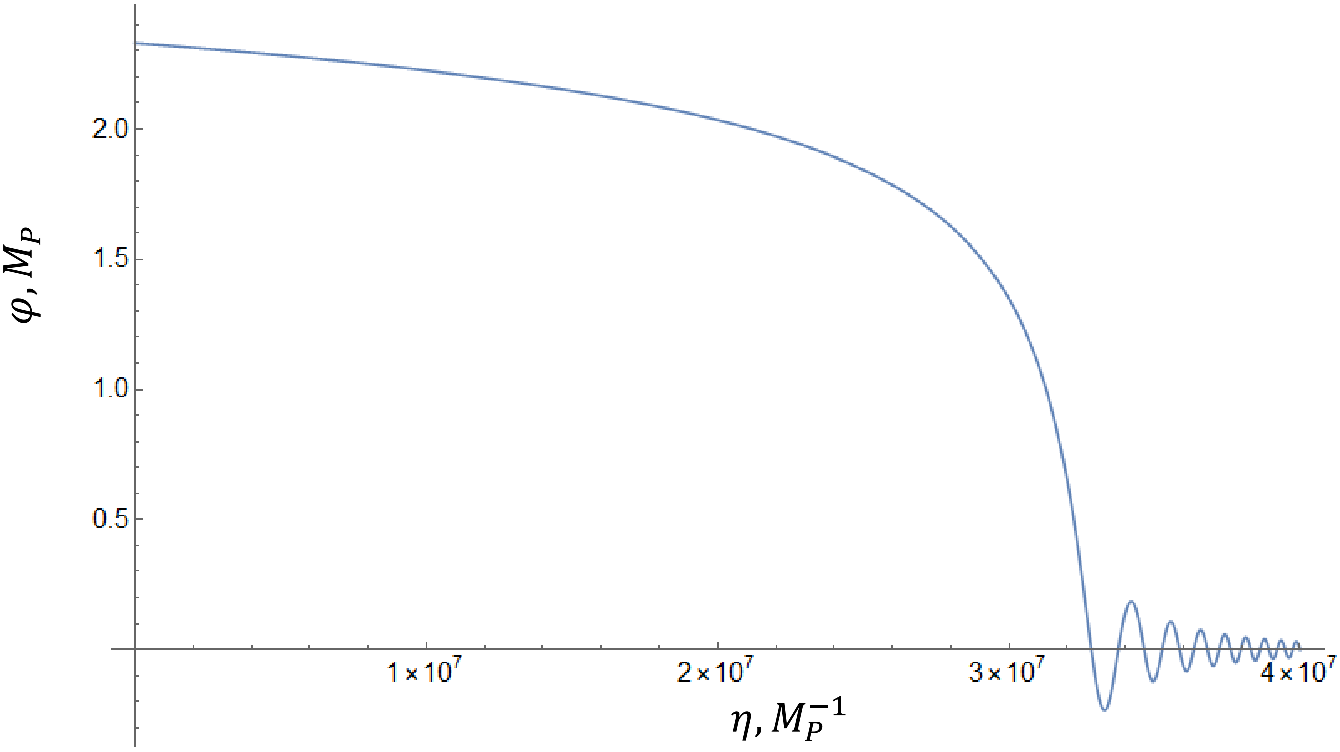

Рис.1 Зависимость инфлантонного поля φ от конформного времени

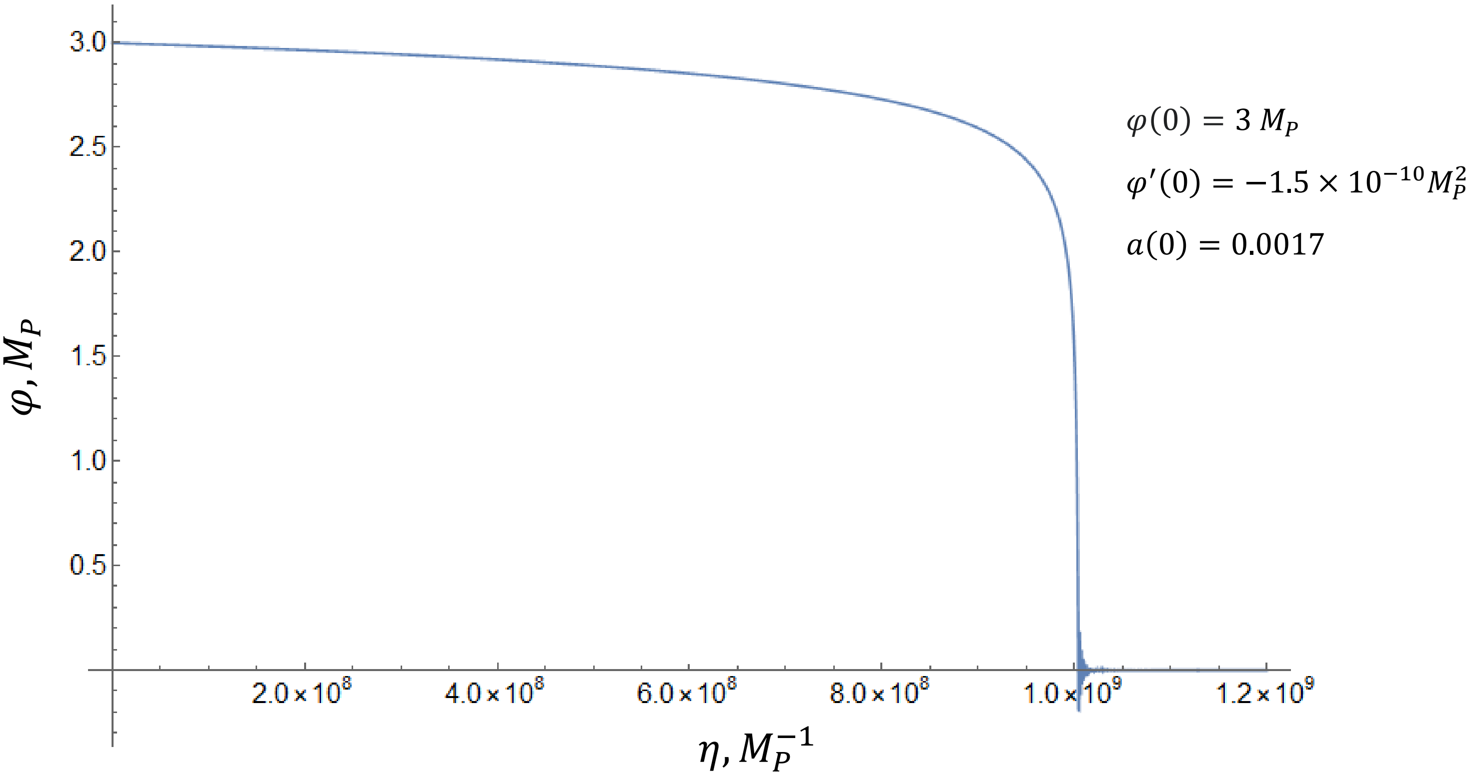

Рис.2 Зависимость инфлантонного поля φ от конформного времени для других начальных условий

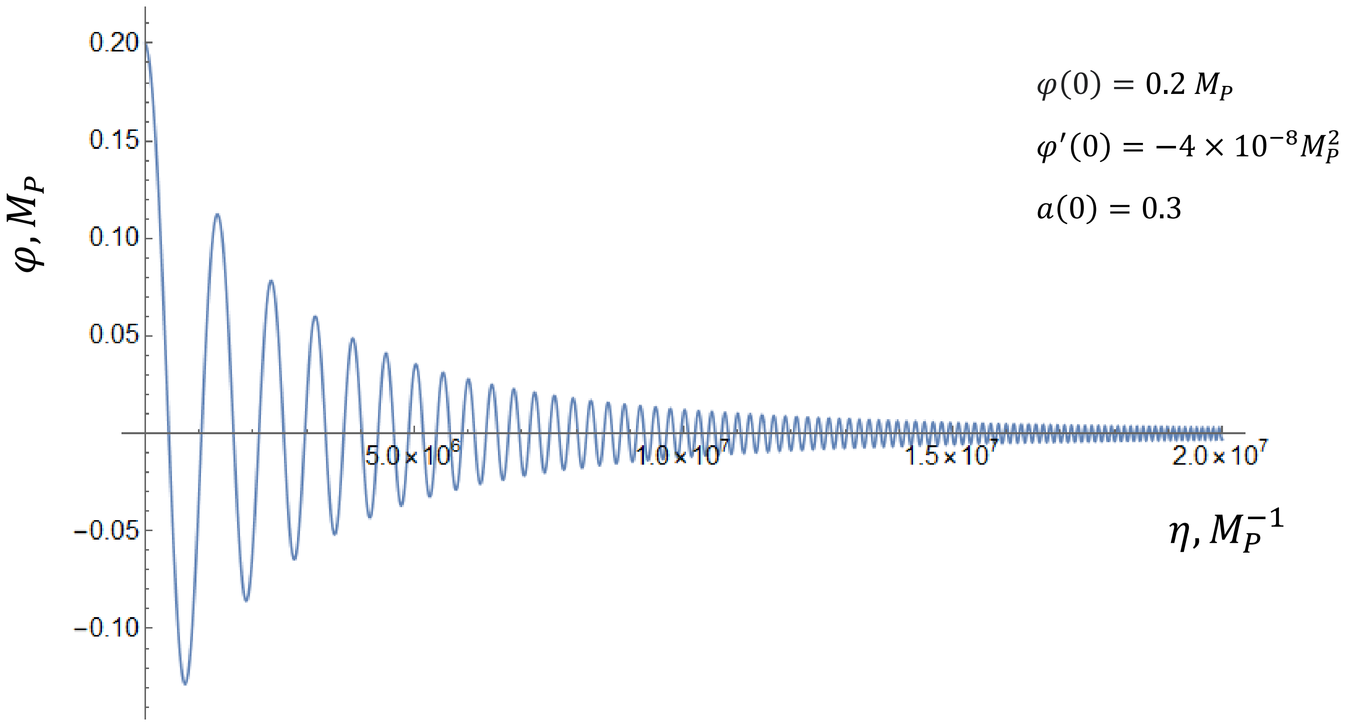

Рис.3 Зависимость инфлантонного поля φ от конформного времени для других начальных условий

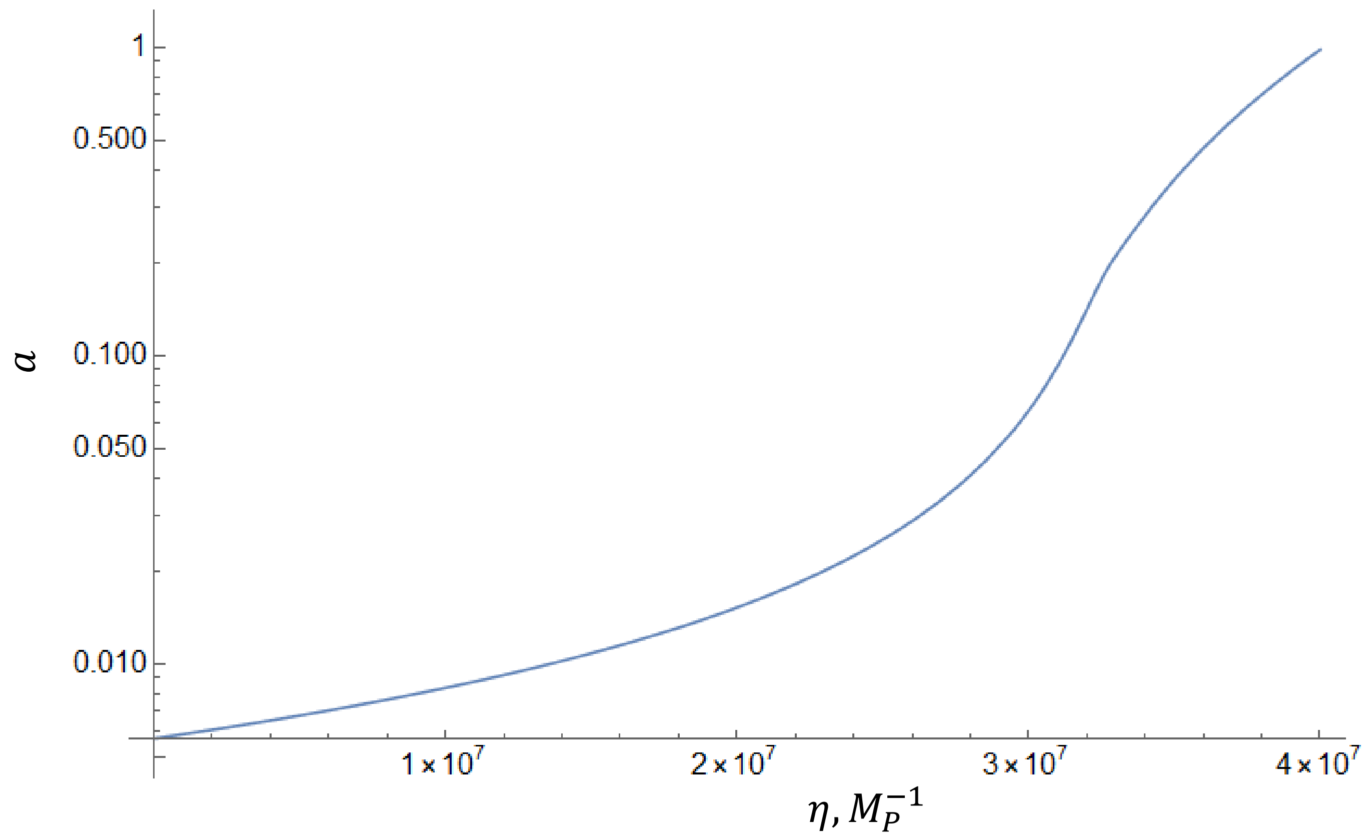

Рис.4 Зависимость масштабного фактора a от конформного времени

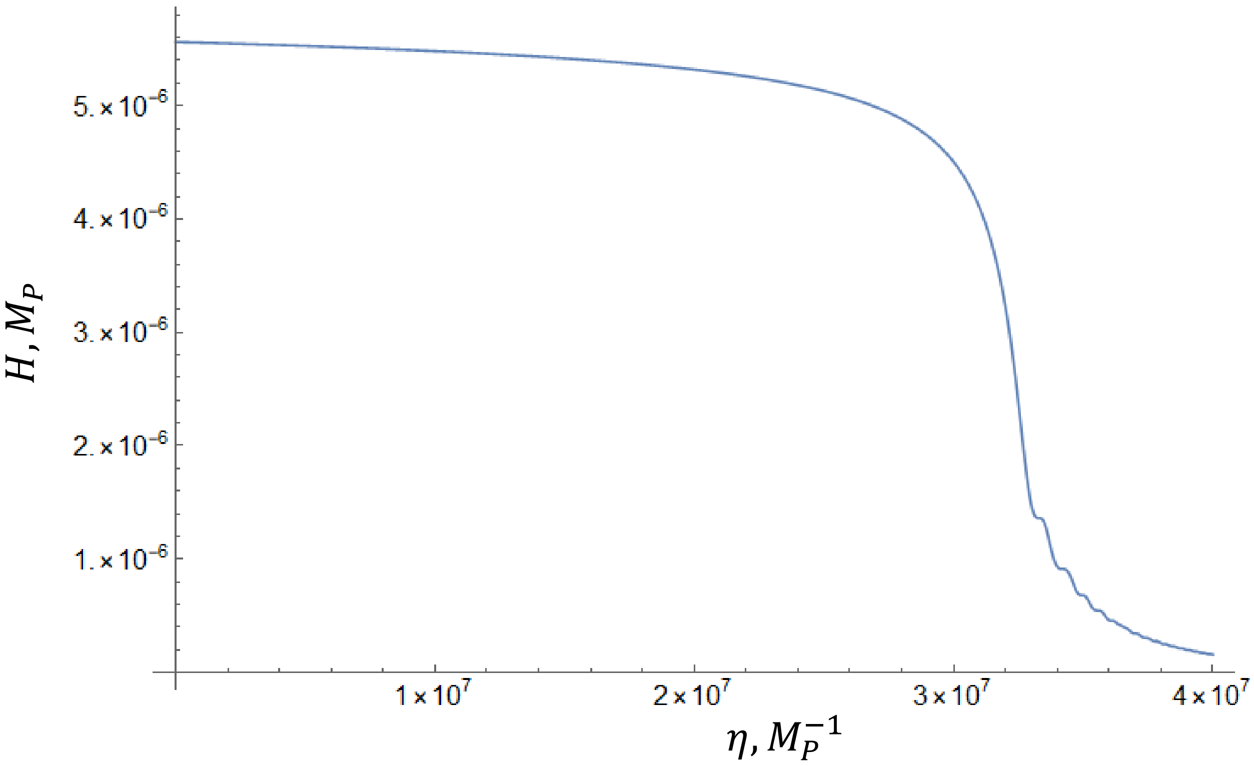

Рис.5 Зависимость параметра Хаббла H от конформного времени

Во время инфляции масштабный фактор и параметр Хаббла изменяются как $a \sim 1/\eta$ и $H \sim const$, а после инфляции как $a \sim \eta^2$ и $H \sim 1/\eta^3$, что можно видеть на рис.4 и рис.5.

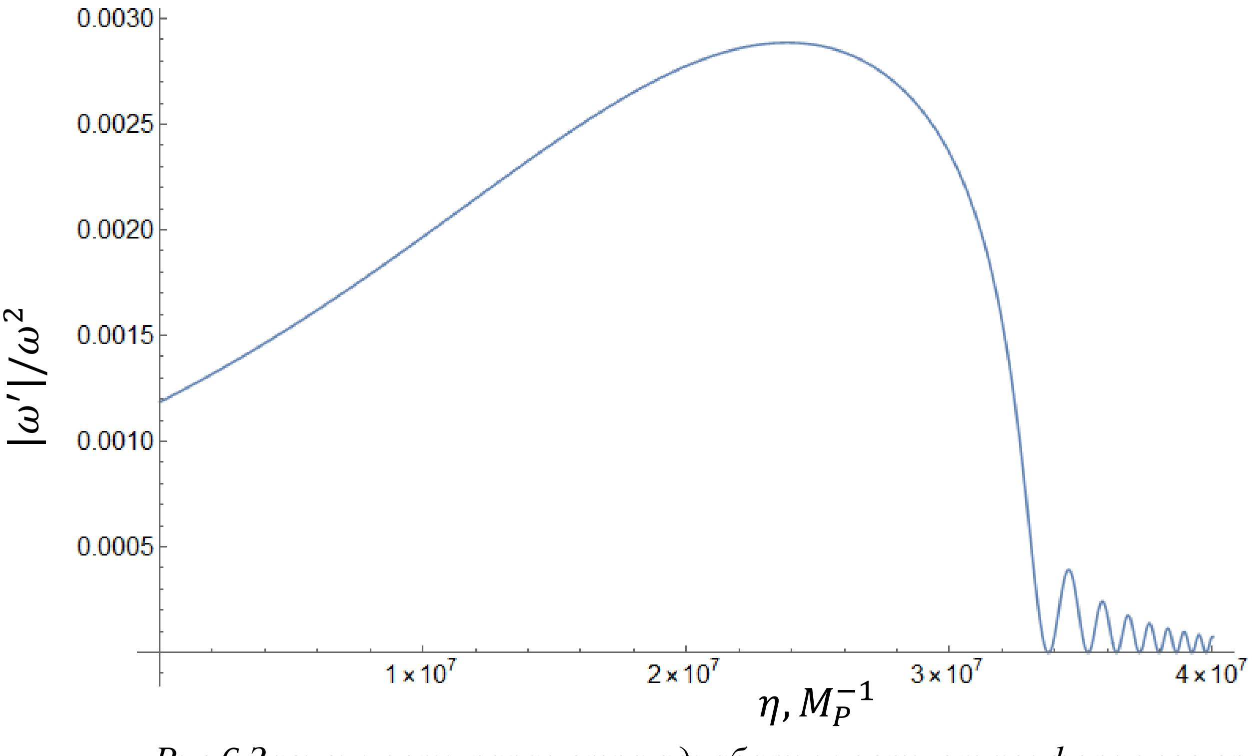

Рис.6 Зависимость параметра адиабатичности от конформного времени для $p = 10^{-5}\ M_P$

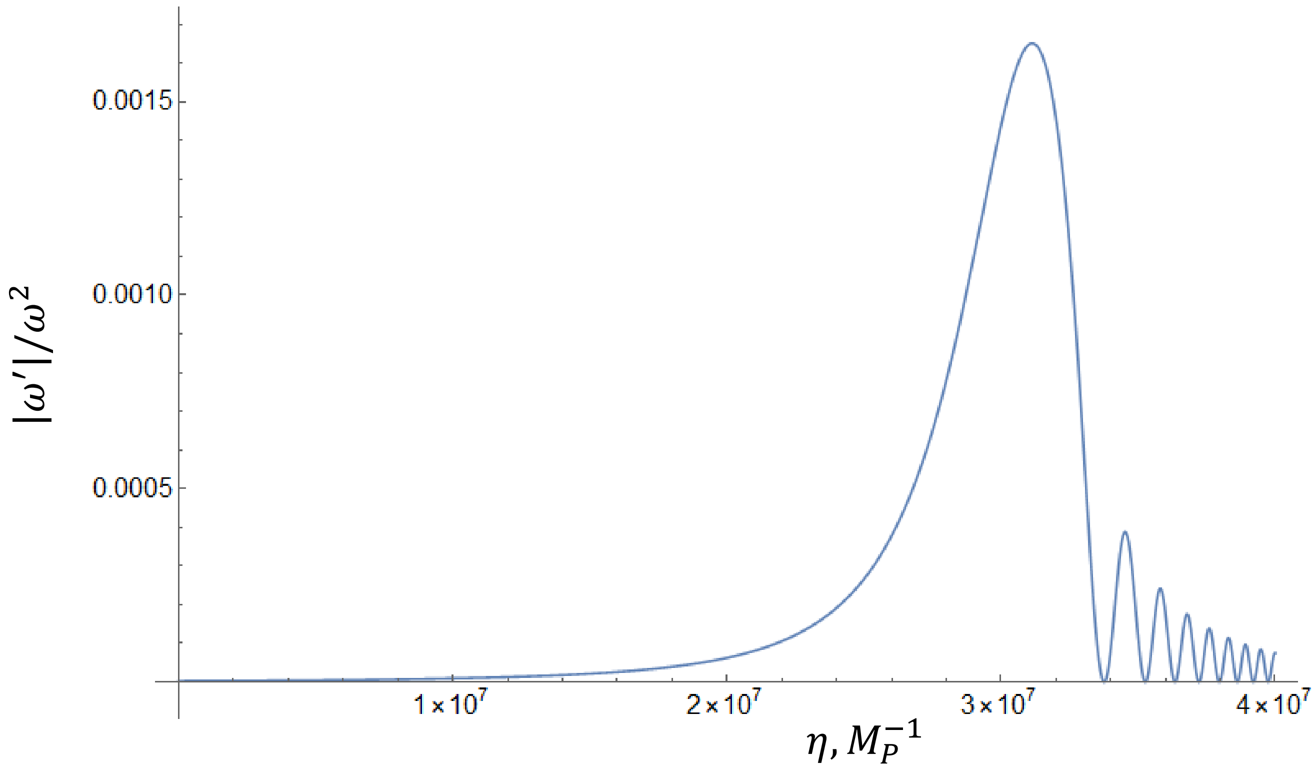

Рис.7 Зависимость параметра адиабатичности от конформного времени для $p = 10^{-4}\, M_P$

На рис.6 и рис.7 представлена зависимость параметра адиабатичности от конформного времени для разных импульсов. При условии $|\omega'|/\omega^2 \ll 1$ частицы не рождаются, максимума этот параметр достигает в конце инфляции.

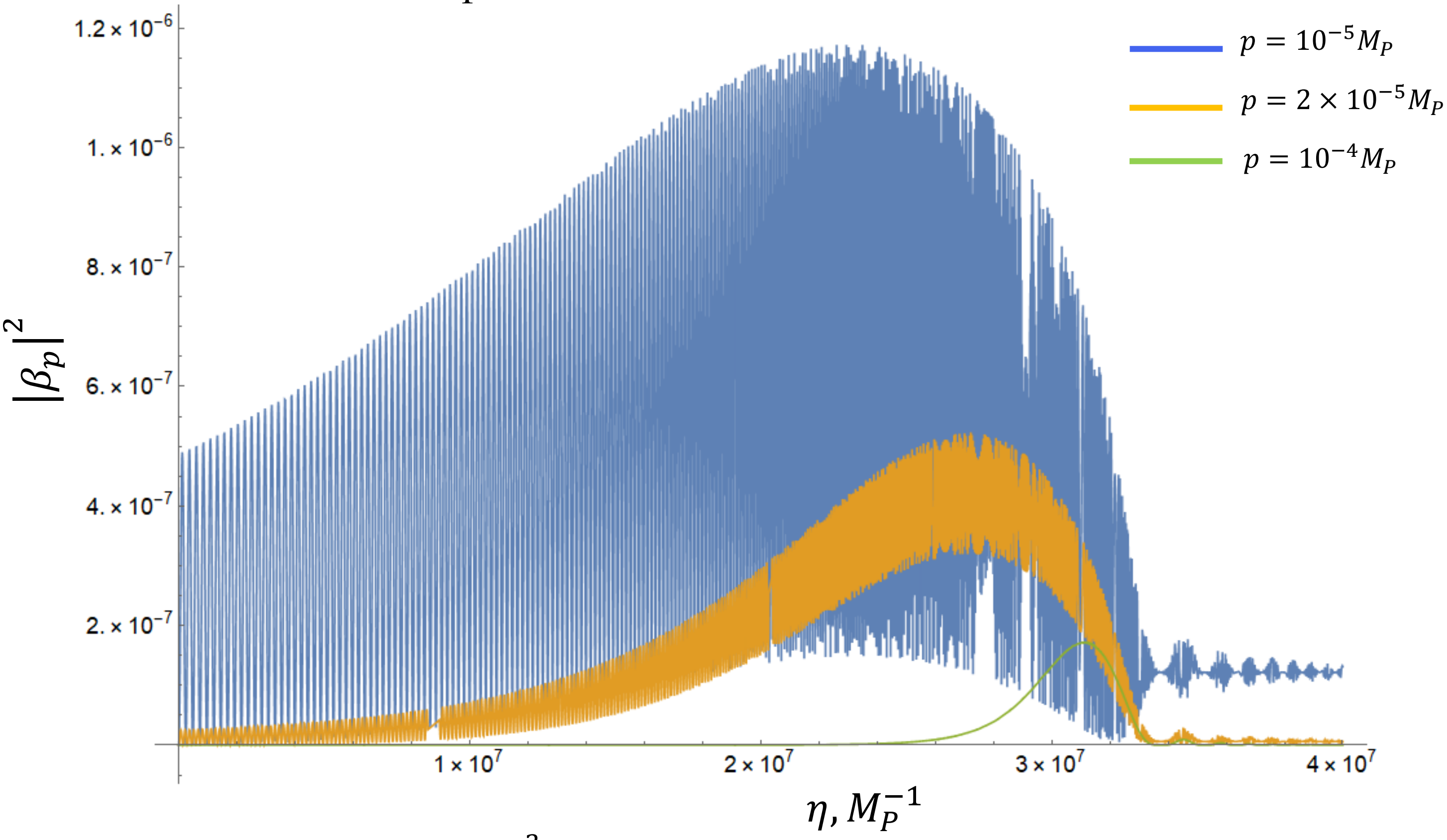

Рис.8 Зависимость $|\beta_p|^2$ *от конформного времени для некоторых импульсов*

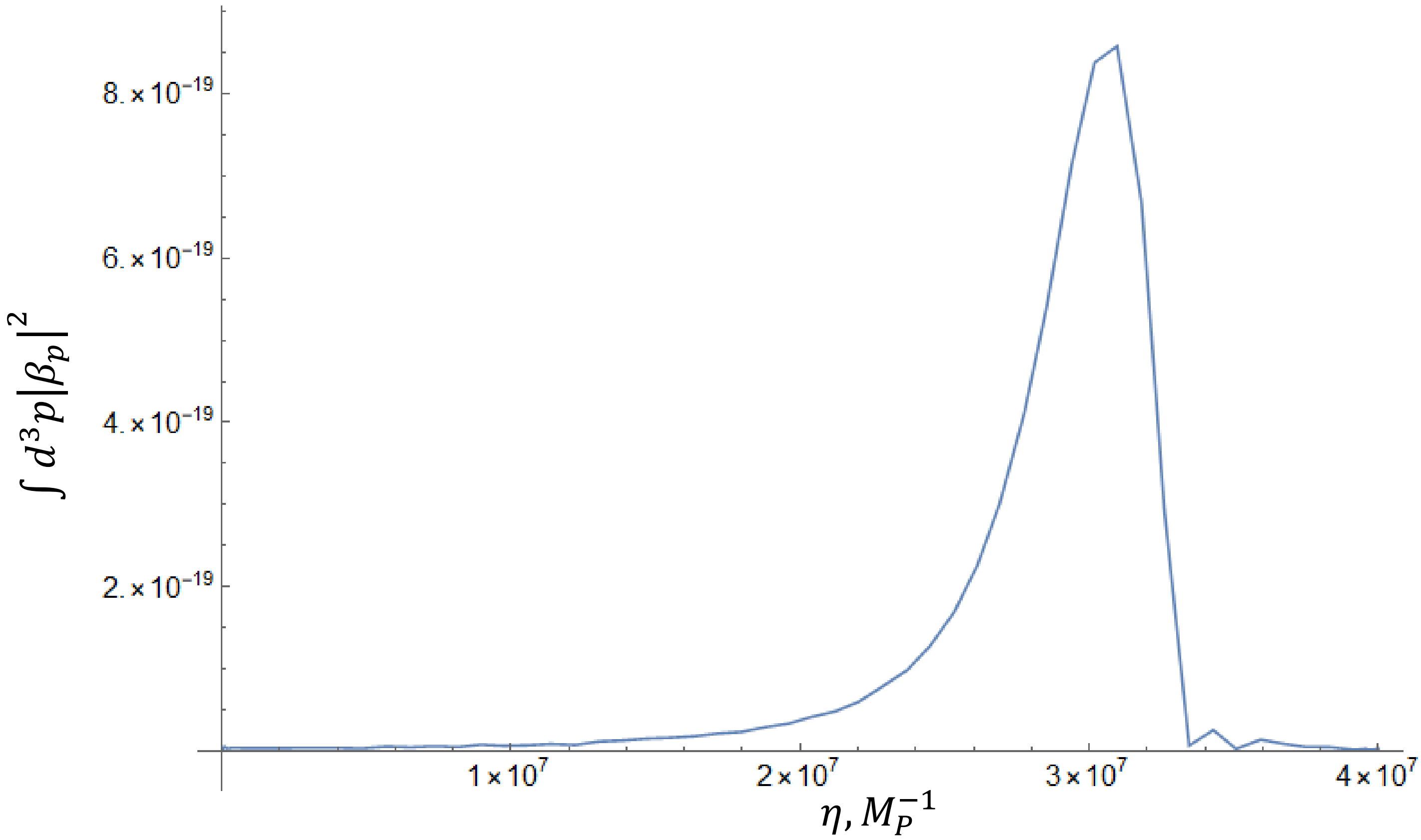

Рис.9 Зависимость $\int d^3p\left|\beta_p\right|^2$ *от конформного времени*

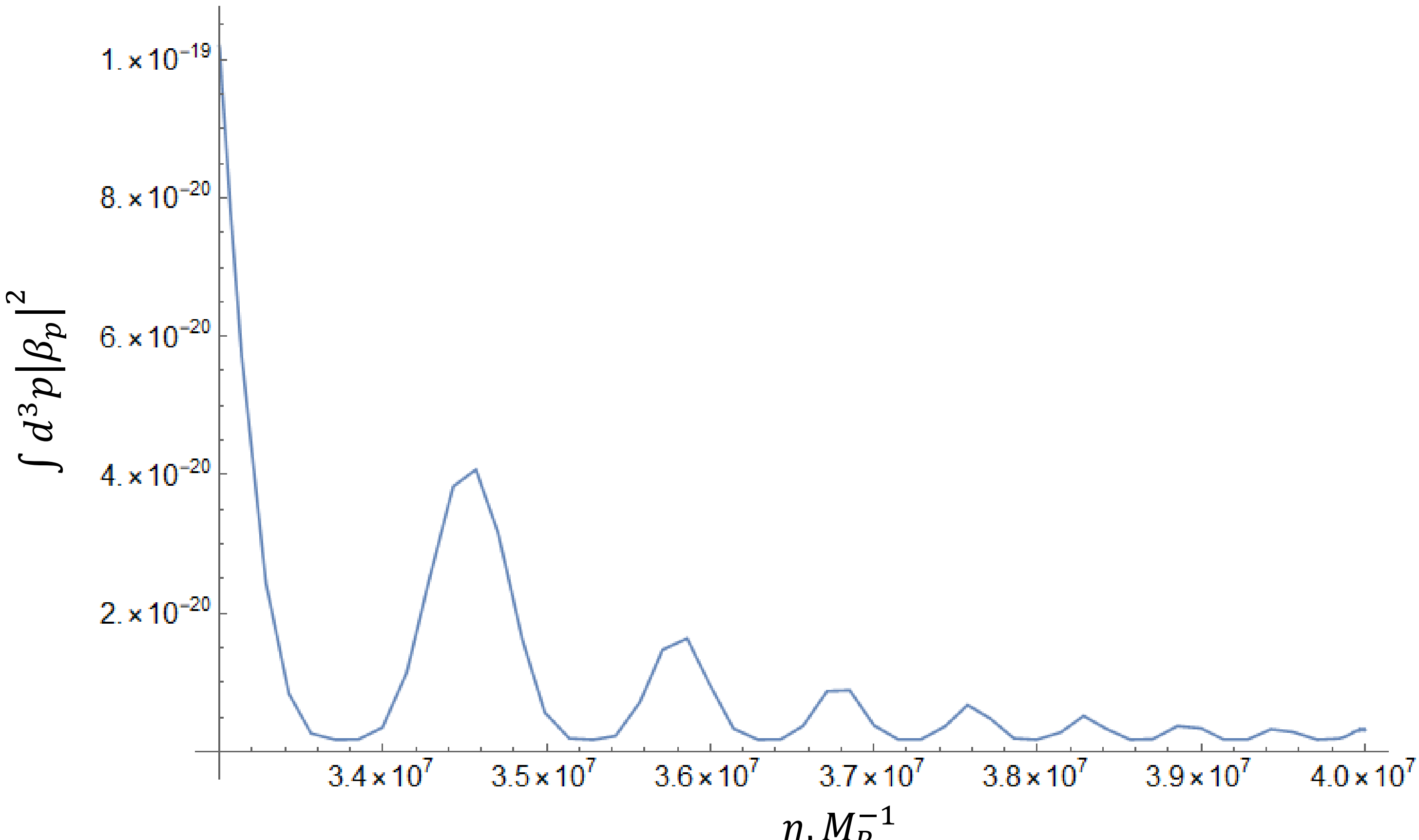

Рис.10 Зависимость $\int d^3p\left|\beta_p\right|^2$ *от конформного времени после инфляции*

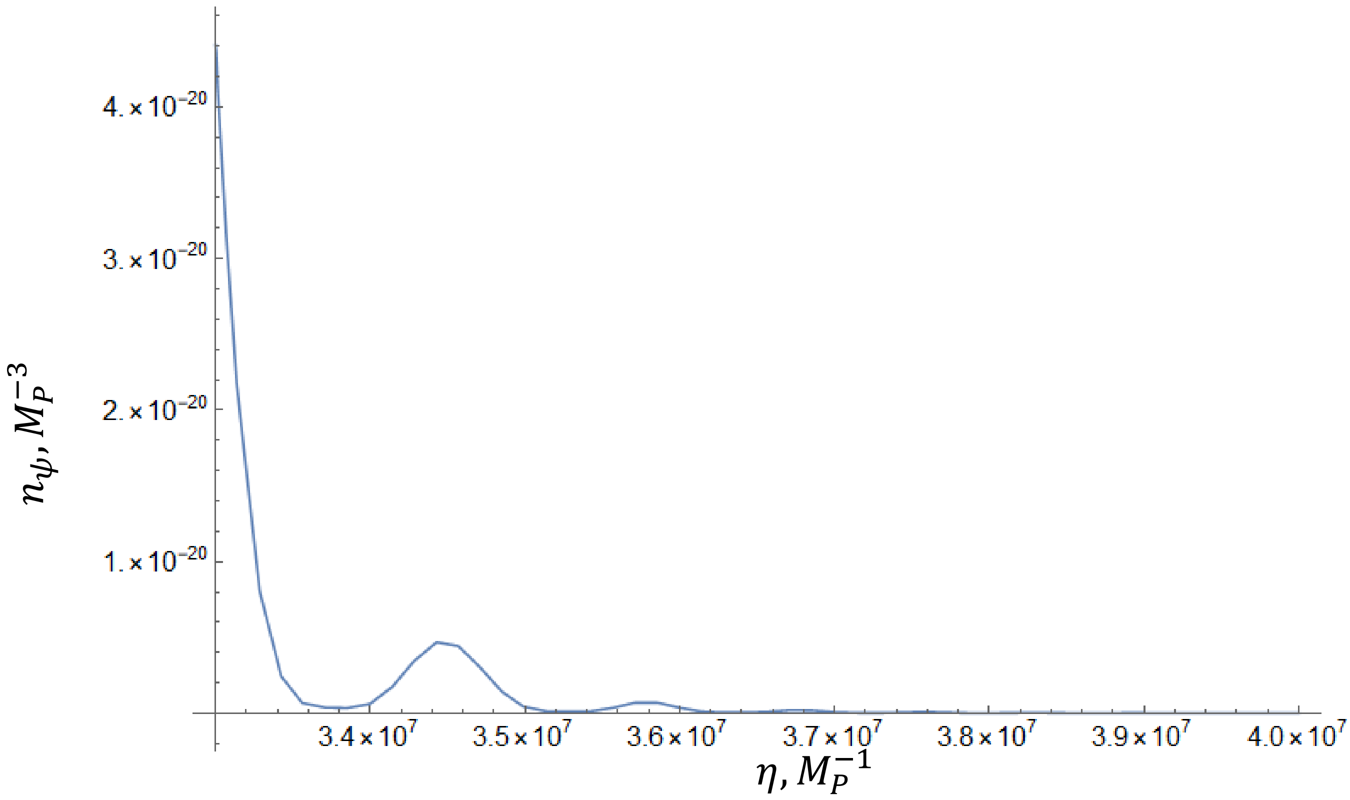

Рис.11 Зависимость плотности числа частиц n_ψ от конформного времени после инфляции

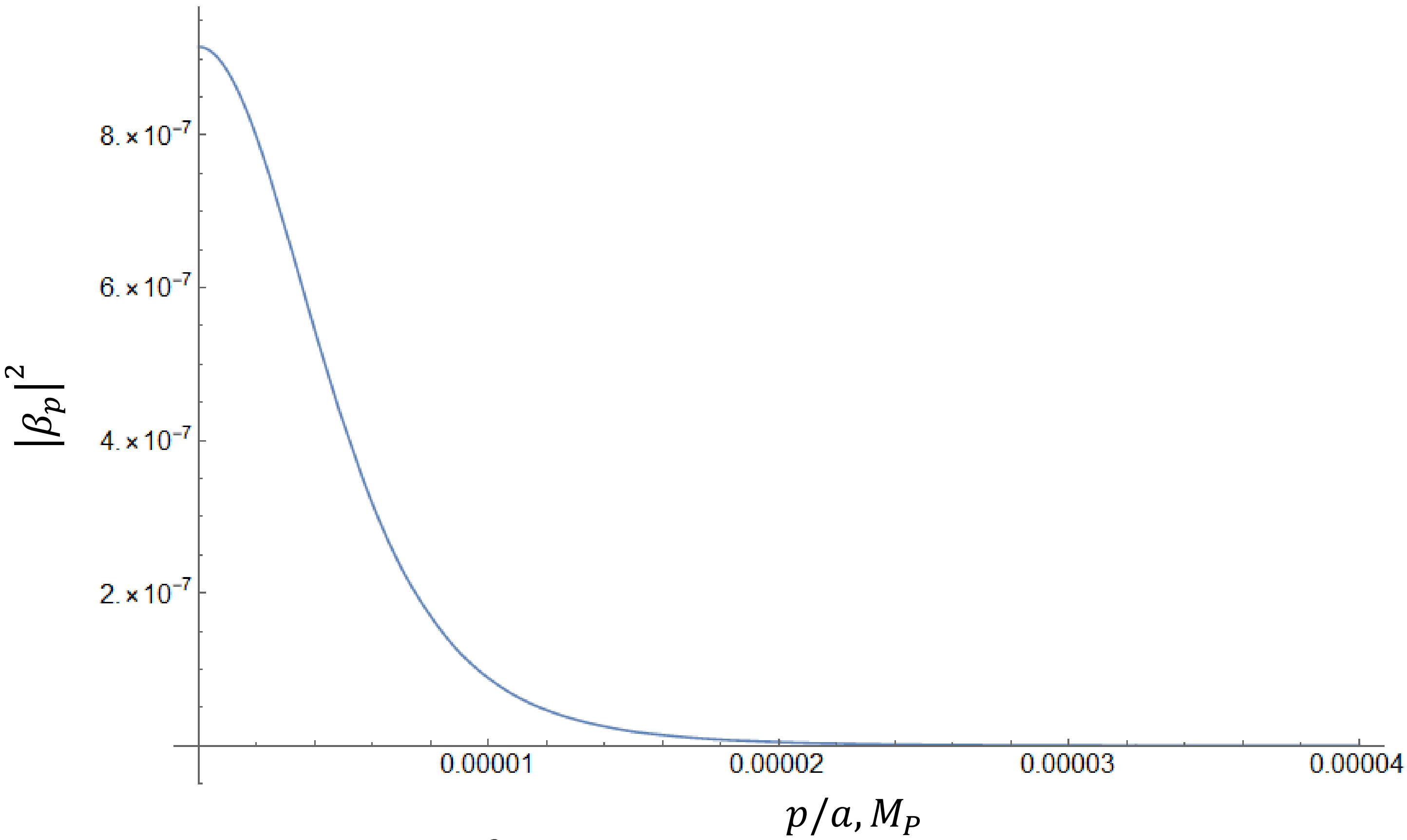

Рис.12 Зависимость $|\beta_p|^2$ от импульса в момент времени $\eta = 4 \times 10^7\ M_P^{-1}$

Как было показано выше, для расчета плотности числа частиц нужно найти зависимость от времени квадрата модуля коэффициента Боголюбова для разных импульсов.

На рис.8 видно, что значение $\left|\beta_p\right|^2$ выходит на константу, а значит и интеграл $\int d^3p\left|\beta_p\right|^2$ должен выйти на константу, что наблюдается на рис.9 и рис.10. Это правильный качественный результат, так как плотность числа частиц n_ψ должна падать с расширением Вселенной как a^{-3}, что изображено на рис.11. На рис.12 изображен спектр рождённых частиц через некоторое время после инфляции.

Заключение

Был исследован процесс рождения скалярных частиц с массой большей, чем масса инфлантона в модели инфляции Старобинского. Было получено решение для инфлантонного поля, согласующееся с теорией. С помощью численного моделирования были получены спектр рождённых частиц и зависимость плотности числа частиц от времени, поведение которых после инфляции соответствует теории.

Также были получены численные результаты. Такой же анализ может быть произведён и для других масс m_ψ и параметров ξ, и результаты такого исследования могут быть использованы, например, для поиска частиц-кандидатов темной материи.

Список литературы

[1] A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91** (1980) 99; A. A. Starobinsky, “Nonsingular model of the Universe with the quantum-gravitational de Sitter stage and its observational consequences,” in: Proc. of the Second Seminar” Quantum Theory of Gravity” (Moscow, 13-15 Oct. 1981), INR Press, Moscow, 1982, pp. 58-72 (reprinted in: Quantum Gravity, eds. M.A. Markov, P.C. West, Plenum Publ. Co., New York, 1984, pp. 103-128).

[2] D. S. Gorbunov, A. G. Panin, Phys. Lett. **B718,** 15-20 (2012). [arXiv:1201.3539 [astro-ph.C0]].

[3] Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. – М.: КРАСАНД, 2010. – 568 с.

[4] T. Faulkner, M. Tegmark, E. F. Bunn and Y. Mao, Phys. Rev. D **76** (2007) 063505 [arXiv:astro-ph/0612569].