Рождение тяжёлых бозонов в ранней Вселенной после инфляции

Курсовая работа
Студента 2 курса 205 группы
Газизова Ратмира Ленаровича

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, член-корр. РАН, г.н.с. ОТФ ИЯИ РАН
Дмитрий Сергеевич Горбунов

Постановка задачи

Исследование процесса рождения тяжёлых скалярных частиц с неминимальной связью с гравитацией в модели инфляции Старобинского.

Целью работы является получение спектра частиц и зависимости плотности числа частиц от времени.

Инфлантонное поле

Действие инфлантонного поля:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - V(\varphi)\right)$$

Уравнение движения:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V(\varphi)}{\partial\varphi} = 0$$

Уравнение Фридмана:

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2}\left(\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V\right)$$

Модель инфляции Старобинского

Потенциал инфлантонного поля в модели Старобинского:

$$V(\varphi) = \frac{3}{4}\mu^2 M_P^2 \left(1 - \exp\left(-\sqrt{2/3}\varphi/M_P\right)\right)^2,$$

где μ – масса инфлантона, $M_P = M_{Pl}/\sqrt{8\pi} = 2.4 \times 10^{18}$ ГэВ – приведённая масса Планка.

В дальнейшем будет удобнее пользоваться метрикой в форме

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - d\vec{x}^2)$$

Уравнение движения и уравнение Фридмана в конформном времени

$$\varphi'' + 2Ha\varphi' + \sqrt{\frac{3}{2}} m_\varphi^2 a^2 M_P \left(1 - \exp\left(-\sqrt{2/3}\varphi/M_P\right)\right) \exp\left(-\sqrt{2/3}\varphi/M_P\right) = 0$$

$$H^2 = \left(\frac{a'}{a^2}\right)^2 = \frac{1}{3M_P^2}\left\{\frac{\varphi'^2}{2a^2} + \frac{3}{4}\mu^2 M_P^2 \left(1 - \exp\left(-\sqrt{2/3}\varphi/M_P\right)\right)^2\right\}$$

Возбуждаемое скалярное поле

$$S_\psi^{JF} = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi - \frac{1}{2}m_\psi^2\psi^2 + \frac{\xi}{2}R\psi^2\right)$$

Сделав замену

$$\psi = e^{\sqrt{\frac{1}{6}}\frac{\varphi}{M_P}}\frac{s}{a(\eta)},$$

можно получить уравнение движения

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} - \frac{\partial^2}{\partial\vec{x}^2} + e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_P}}a^2m_\psi^2 - \left(\frac{1}{6} - \xi\right)\left(6\frac{a''}{a} + \frac{{\varphi'}^2}{M_P^2} + \frac{\sqrt{6}a^2}{M_P}\frac{\partial V(\varphi)}{\partial\varphi}\right)\right\}s(\eta,\vec{x}) = 0$$

Решение может быть записано с помощью преобразования Фурье в виде:

$$s(\eta,\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int d^3p\left(\hat{a}_p s_p(\eta)e^{-i\vec{p}\vec{x}} + \hat{a}_{\mathrm{p}}^{\dagger} s_p^{*}(\eta)e^{i\vec{p}\vec{x}}\right)$$

Тогда можно получить уравнение для моды $s_p(\eta)$

$$s_p'' + \omega^2(\eta)s_p = 0,$$

где частота зависит от времени

$$\omega^2 = p^2 + e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}m_s^2a^2 - \left(\frac{1}{6}-\xi\right)\left\{6\frac{a''}{a} + \frac{\varphi'^2}{M_p^2} + 3\mu^2a^2\left(1-e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}\right)e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\varphi}{M_p}}\right\}$$

Плотность числа частиц

$$n_\psi = \frac{1}{(2\pi a)^3}\int d^3p\left|\beta_p\right|^2,$$

где β_p – коэффициент Боголюбова, который может быть выражен через моды

$$\left|\beta_p\right|^2 = \frac{\left|s_p'\right|^2 + \omega^2\left|s_p\right|^2}{2\omega} - \frac{1}{2}$$

Начальные условия

Так как за некоторое время до конца инфляции выполняется условие $|\omega'|/\omega^2 \ll 1$, то можно ввести условия:

$$s_p \to 1/\sqrt{2\omega}, \quad s_p' \to -i\omega s_p \ \text{ при } \ \eta \to -\infty.$$

Эксперименты по наблюдению за реликтовым излучением устанавливают массу инфлантона

$$\mu = 1.3 \times 10^{-5}\, M_P = 3.1 \times 10^{13} \text{ ГэВ}$$

Выберем следующие параметры для скалярных частиц:

- $m_\psi = 0.00417\, M_P = 10^{16}$ ГэВ
- $\xi = 0.1$

$|\ddot{\varphi}/3H\dot{\varphi}| \ll 1$ (режим медленного скатывания)

$\dot{\varphi}/2V \ll 1$ (кинетической энергией можно пренебречь по сравнению с потенциальной)

- $\varphi(0) = 2.33\ M_P$
- $\varphi'(0) = -8.42 \times 10^{-9} M_P^2$
- $a(0) = 0.0057$
- $s_p = 1/\sqrt{2\omega(0)}$
- $s_p' = -i\sqrt{\omega(0)/2}$

Результаты

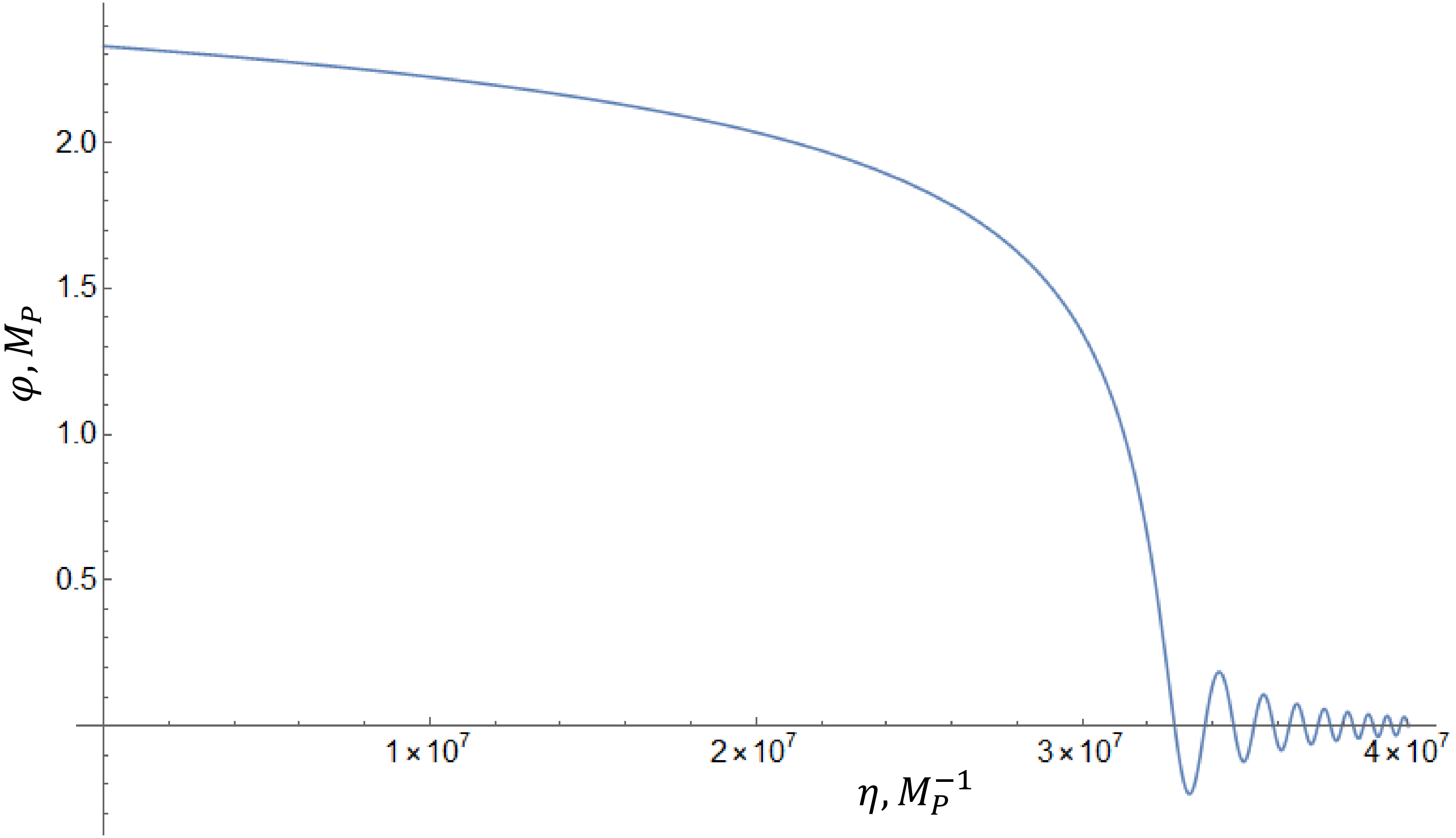


Рис.1 Зависимость инфлантонного поля φ от конформного времени

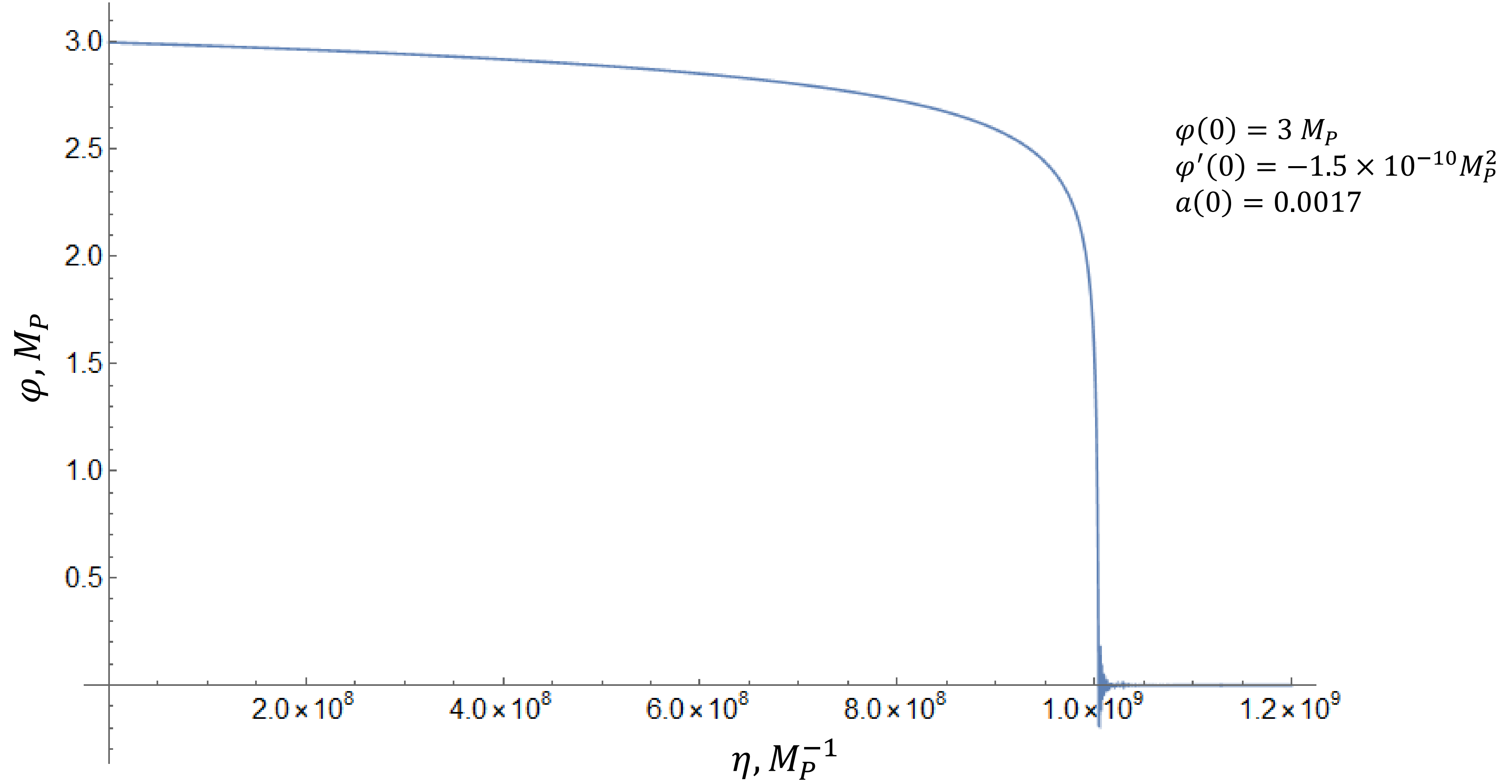


Рис.2 Зависимость инфлантонного поля φ
от конформного времени для других начальных условий

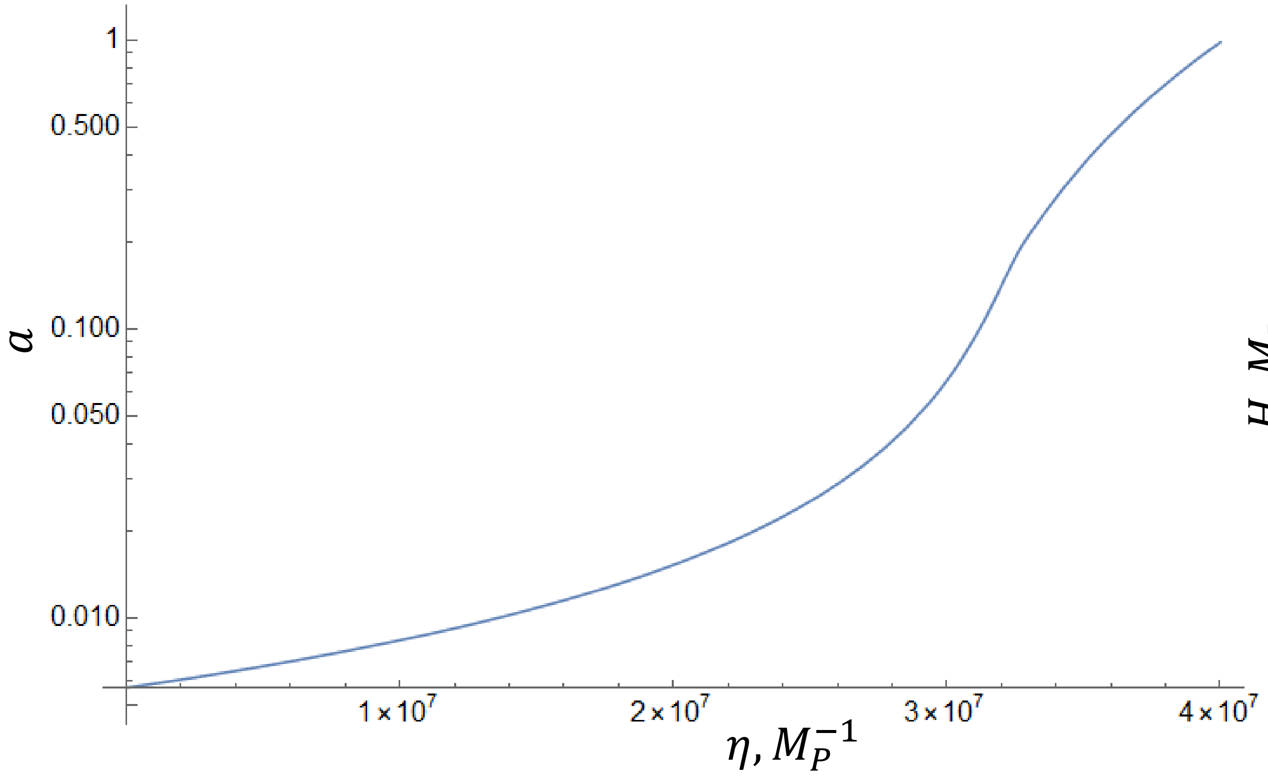


Рис.3 Зависимость масштабного фактора a от конформного времени

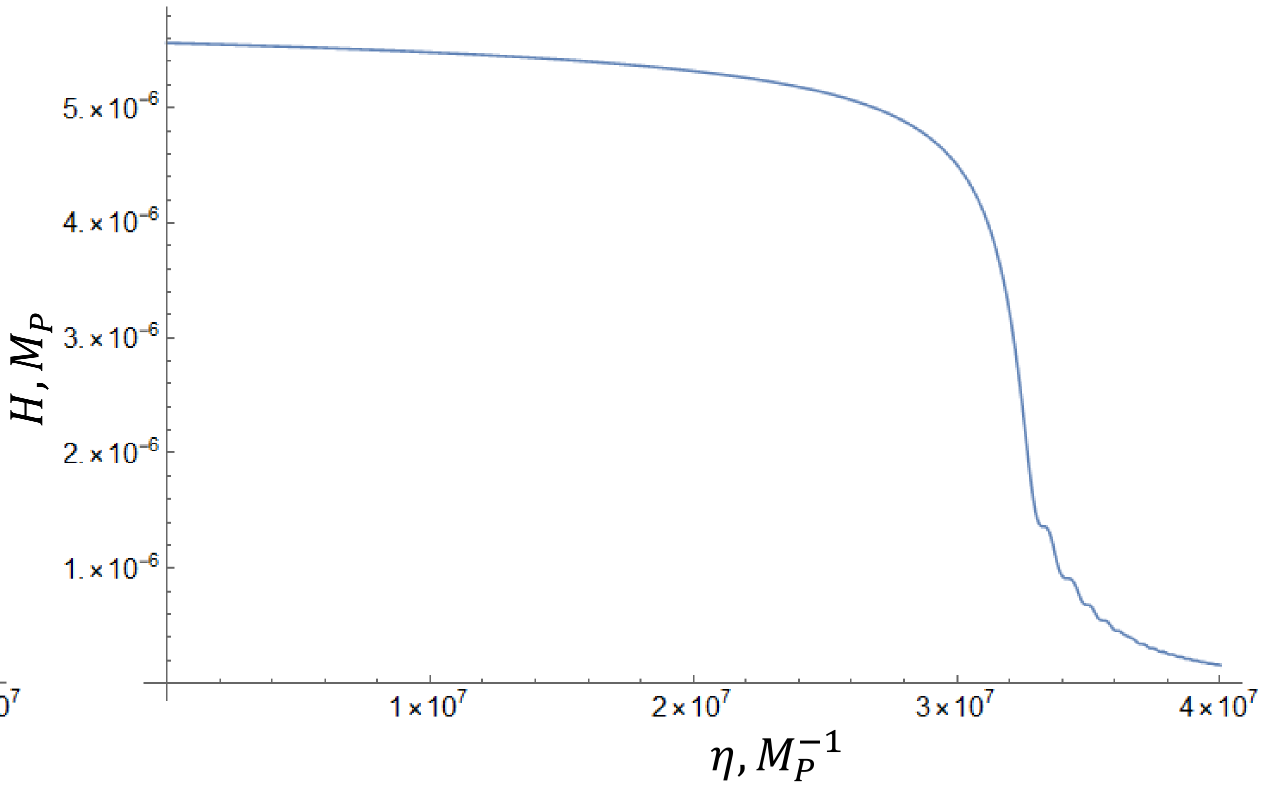
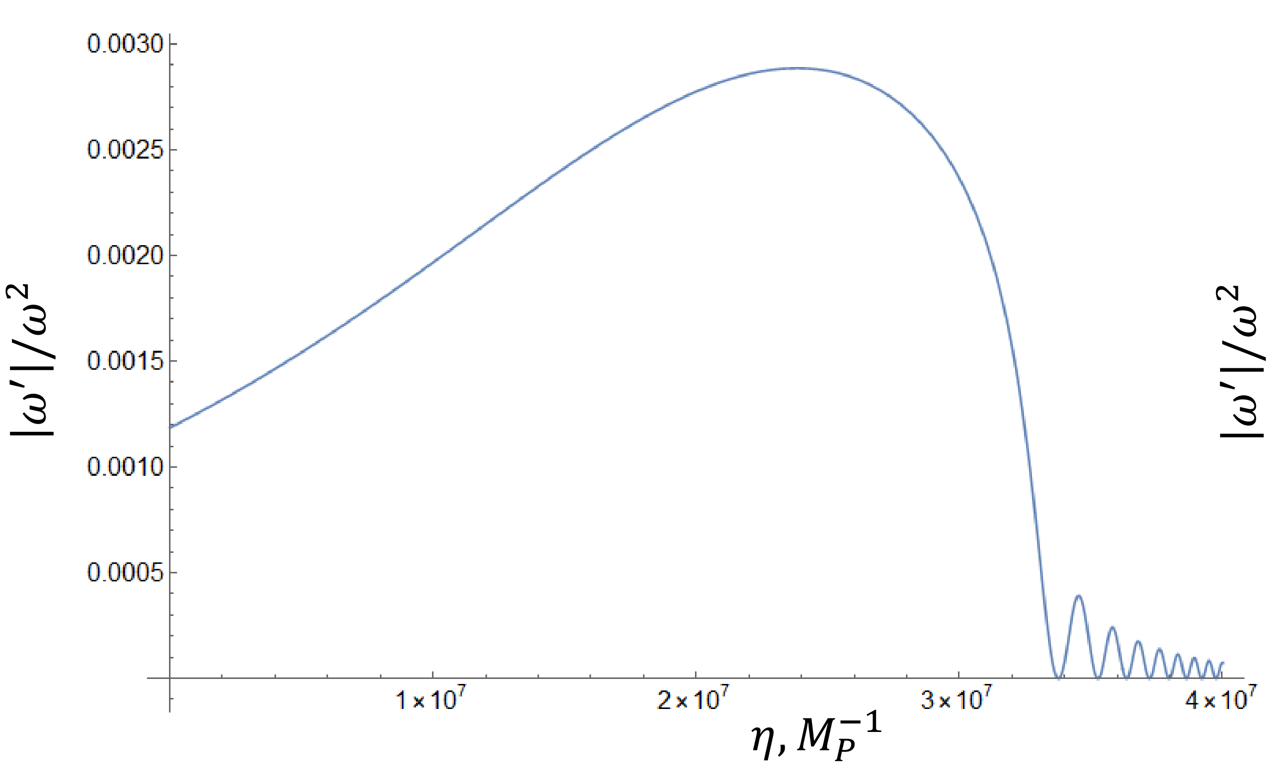


Рис.4 Зависимость параметра Хаббла H от конформного времени



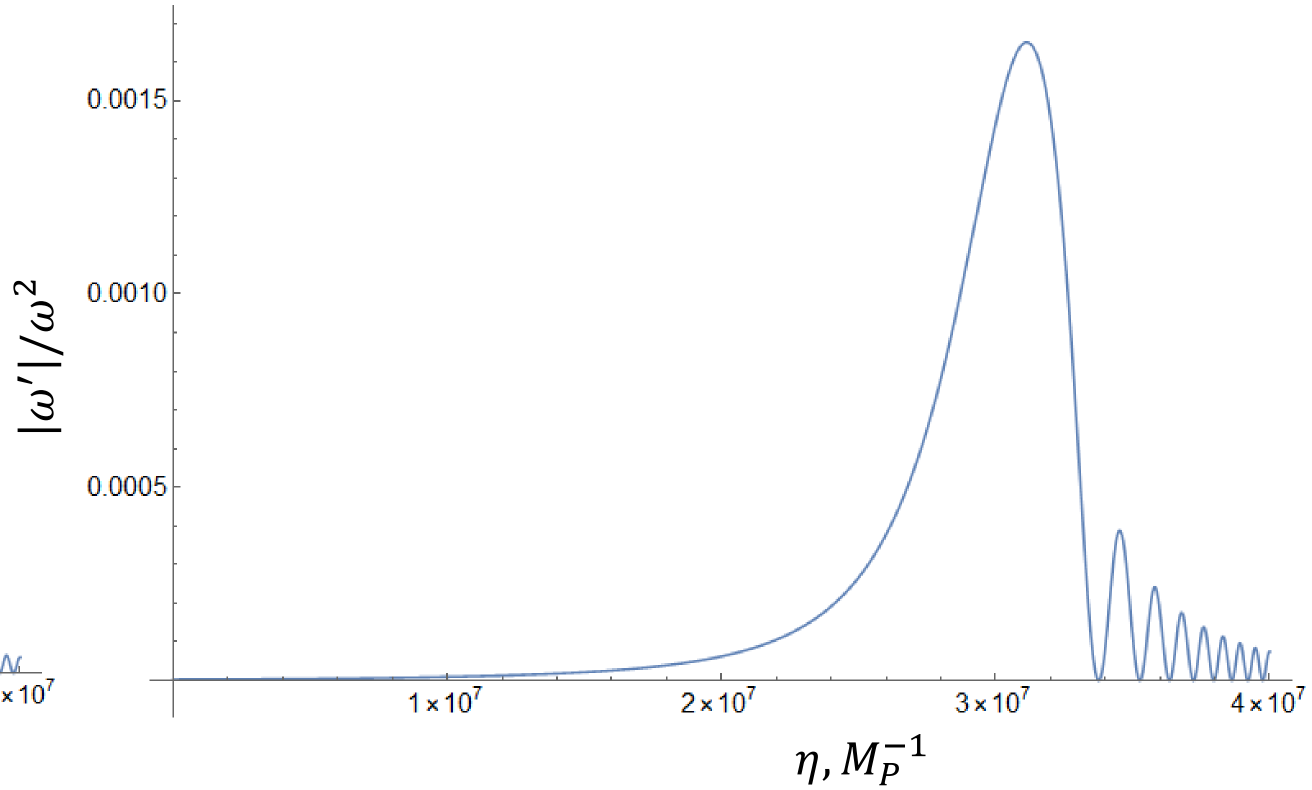


Рис.5 Зависимость параметра адиабатичности от конформного времени для $p = 10^{-5}\ M_P$

Рис.6 Зависимость параметра адиабатичности от конформного времени для $p = 10^{-4}\ M_P$

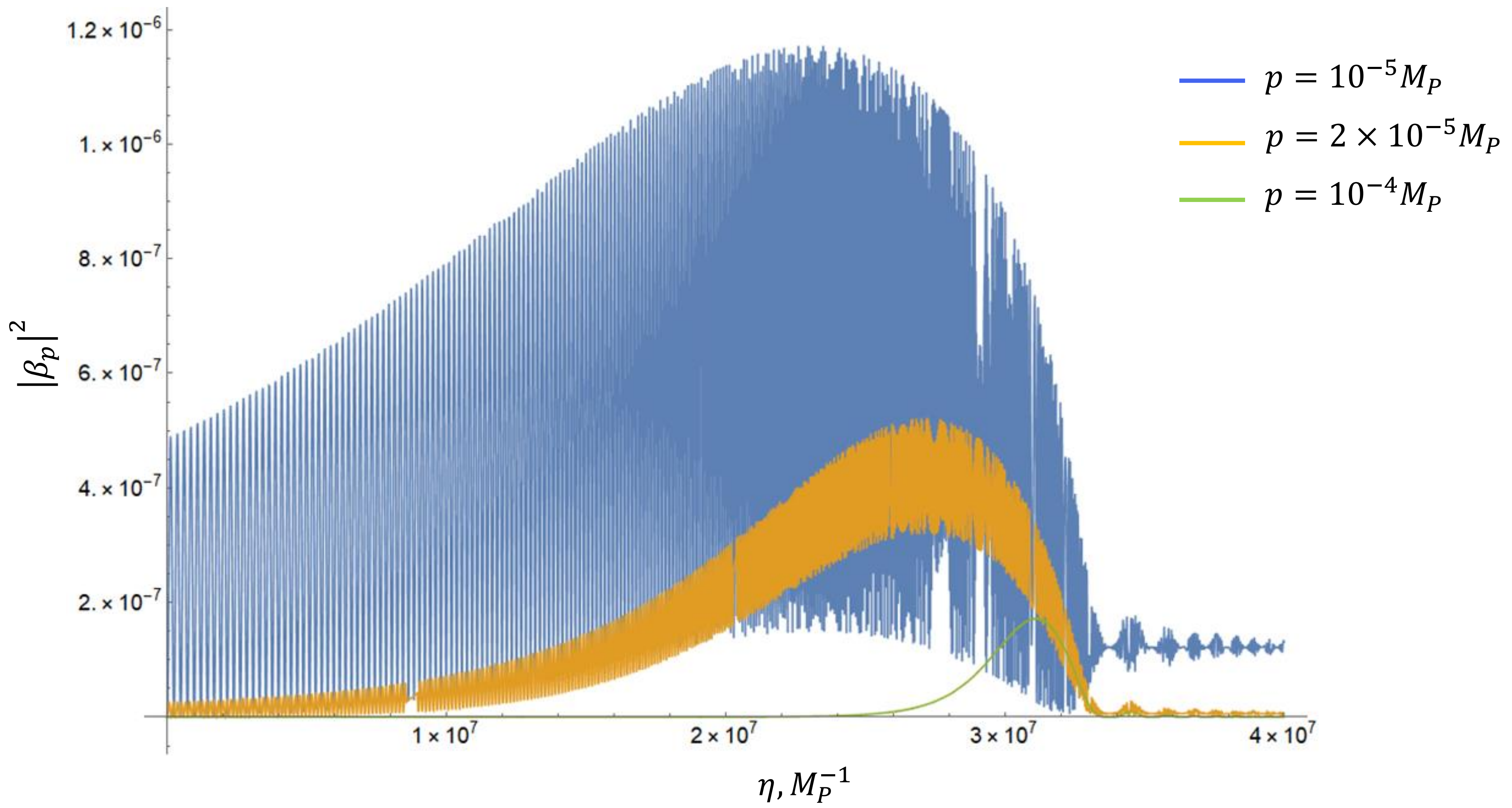


Рис.7 Зависимость $|\beta_p|^2$ от конформного времени для некоторых импульсов p

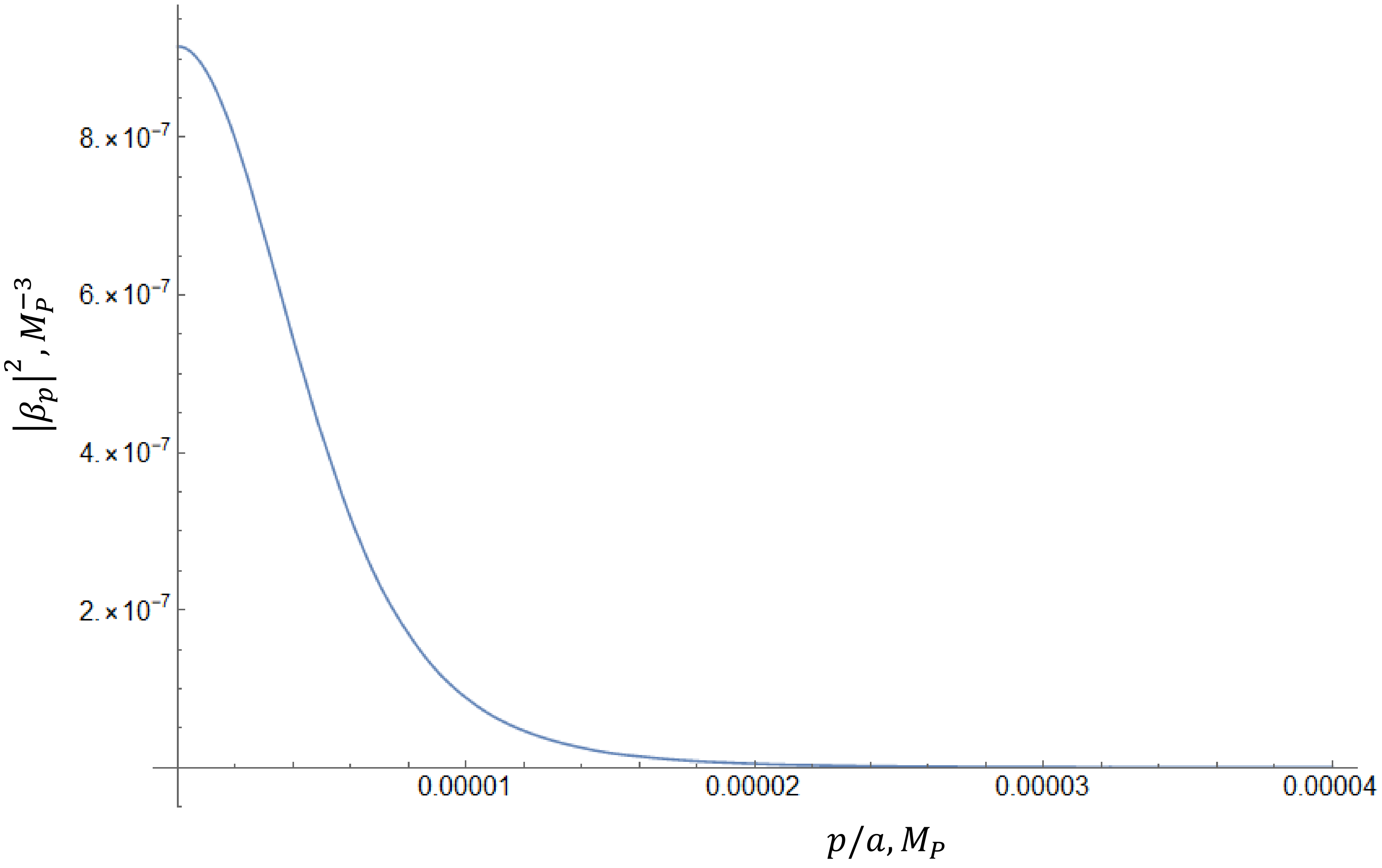


Рис.8 Зависимость $\left|\beta_p\right|^2$ *от импульса в момент времени* $\eta = 4 \times 10^7\ M_P^{-1}$

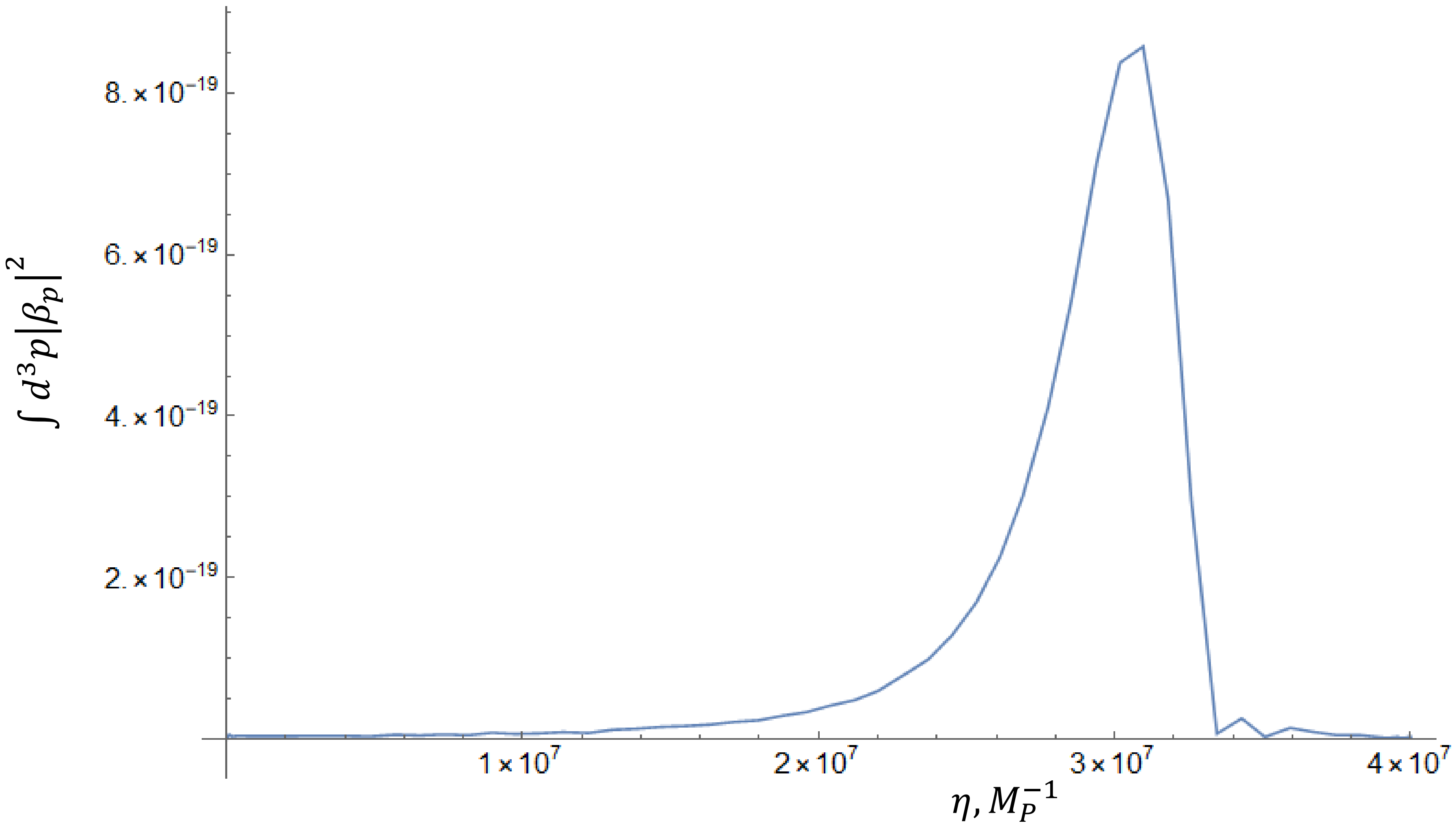


Рис.9 Зависимость $\int d^3p\left|\beta_p\right|^2$ *от конформного времени*

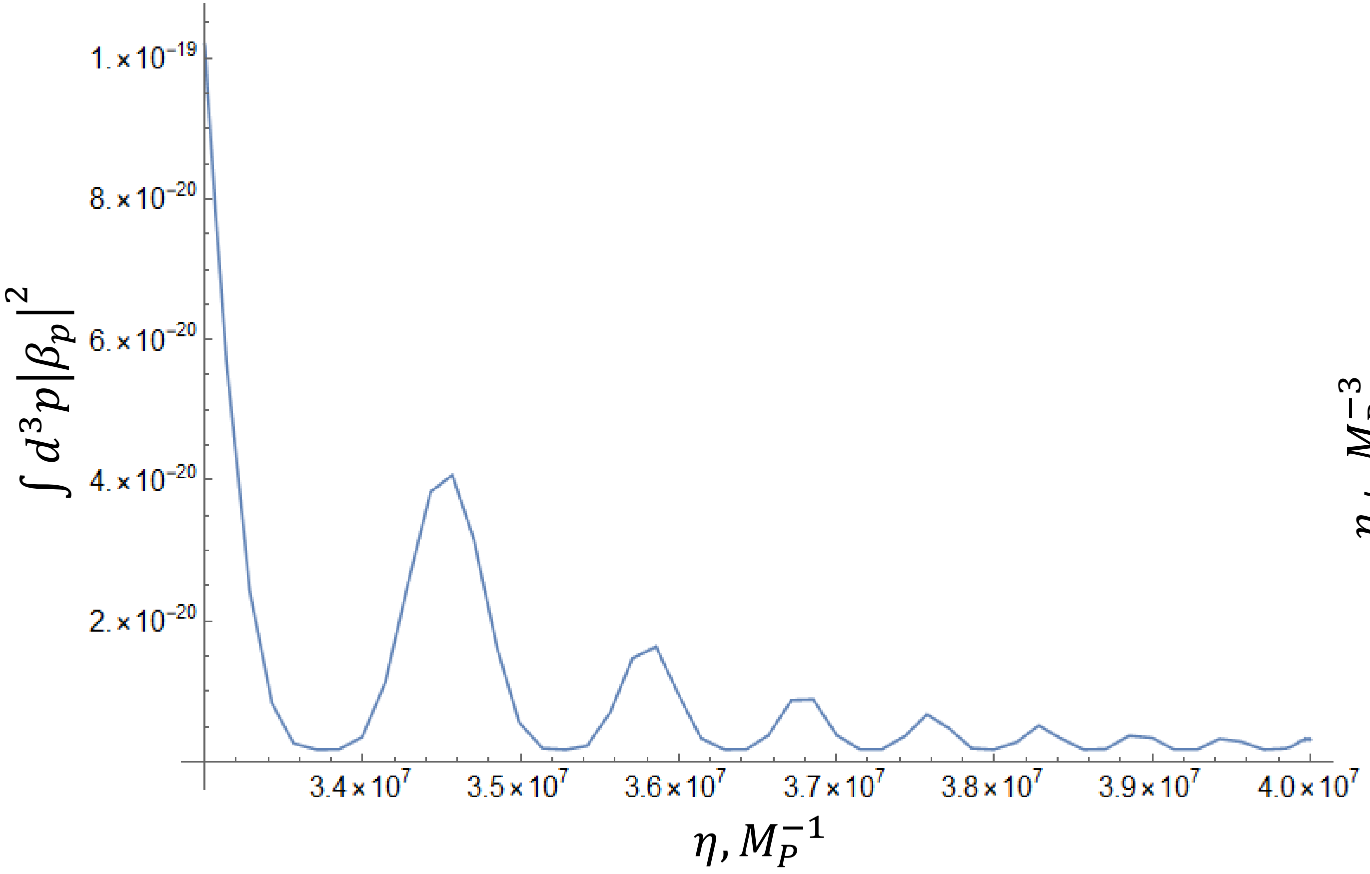


Рис.10 Зависимость $\int d^3p|\beta_p|^2$ от конформного времени после инфляции

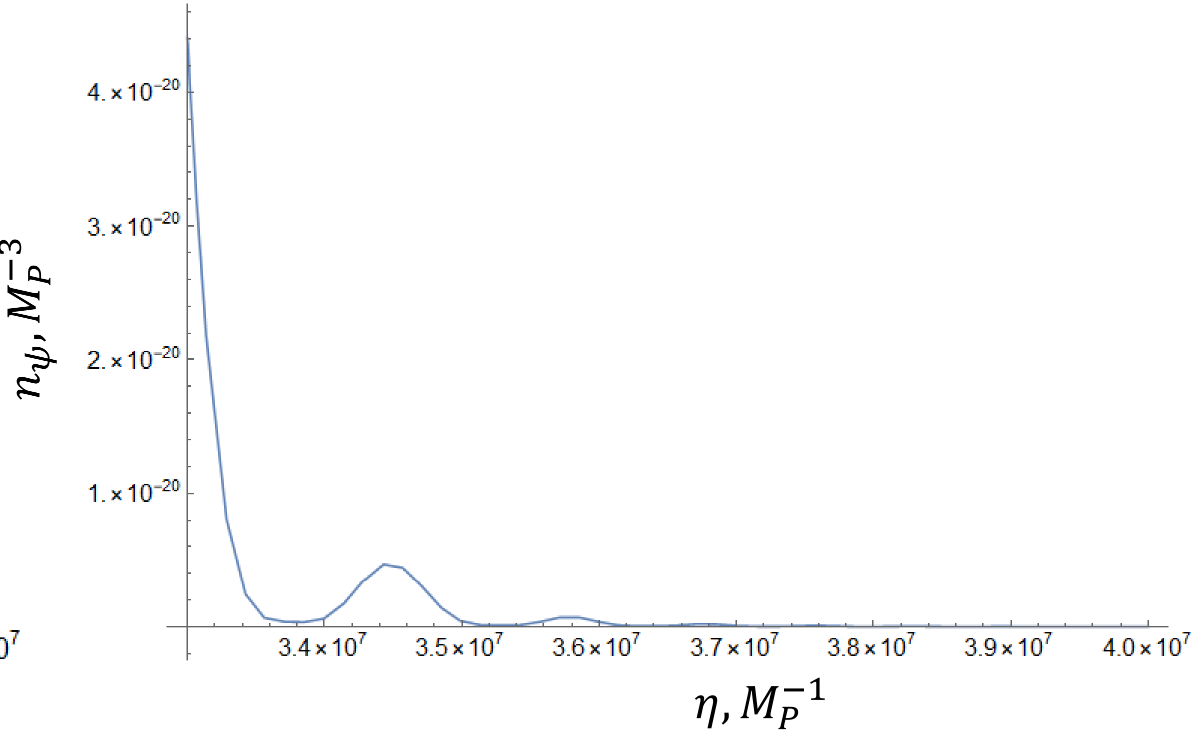


Рис.11 Зависимость плотности числа частиц n_ψ от конформного времени после инфляции

$$n_\psi = \frac{1}{(2\pi a)^3}\int d^3p|\beta_p|^2$$

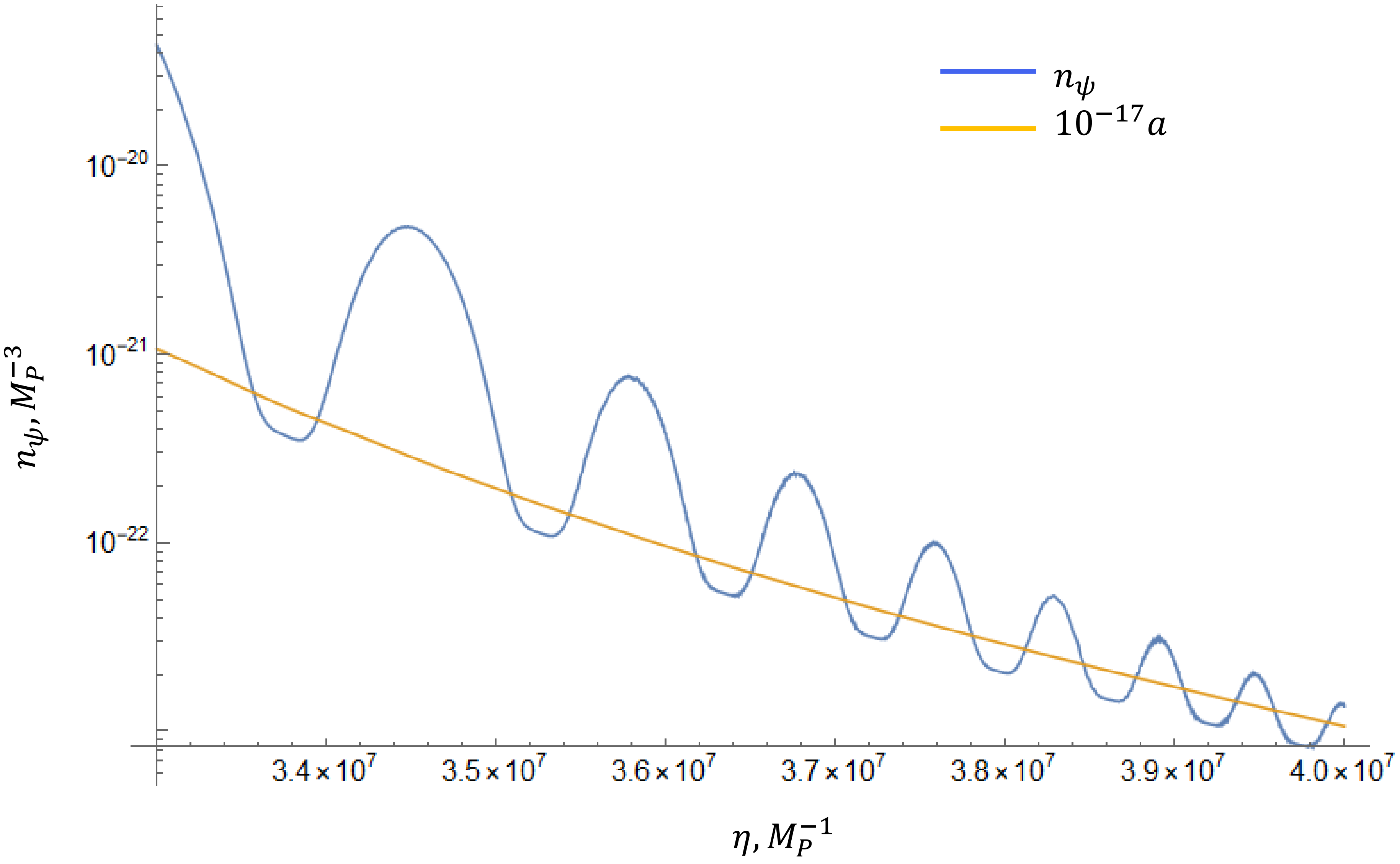


Рис.12 Зависимость плотности числа частиц n_ψ от конформного времени после инфляции в логарифмическом масштабе

Заключение

- Был исследован процесс рождения скалярных частиц с массой большей, чем масса инфлантона в модели инфляции Старобинского.
- Было получено решение для инфлантонного поля, согласующееся с теорией.
- С помощью численного моделирования были получены спектр рождённых частиц и зависимость плотности числа частиц от времени, поведение которых после инфляции соответствует теории.
- Также был получен численный результат $n_\psi(4 \cdot 10^7\ M_P^{-1}) =$

$= 1.35 \times 10^{-23} M_P^{-3}$. Такой же анализ может быть произведён и для других масс m_ψ и параметров ξ, и результаты такого исследования могут быть использованы, например, для поиска частиц-кандидатов темной материи.

Список литературы

- A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91** (1980) 99; A. A. Starobinsky, “Nonsingular model of the Universe with the quantum-gravitational de Sitter stage and its observational consequences,” in: Proc. of the Second Seminar” Quantum Theory of Gravity” (Moscow, 13-15 Oct. 1981), INR Press, Moscow, 1982, pp. 58-72 (reprinted in: Quantum Gravity, eds. M.A. Markov, P.C. West, Plenum Publ. Co., New York, 1984, pp. 103-128).

- D. S. Gorbunov, A. G. Panin, Phys. Lett. **B718,** 15-20 (2012). [arXiv:1201.3539 [astro-ph.C0]].

- Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. – М.: КРАСАНД, 2010. – 568 с.

- [4] T. Faulkner, M. Tegmark, E. F. Bunn and Y. Mao, Phys. Rev. D **76** (2007) 063505 [arXiv:astro-ph/0612569].