

Физический факультет Московского государственного университета имени
М.В. Ломоносова

Курсовая работа

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ ГЕО-НЕЙТРИННОГО СПЕКТРА ДЛЯ
БАКСАНСКОЙ НЕЙТРИННОЙ ОБСЕРВАТОРИИ ИЯИ РАН

Студент II курса 217 группы Уваров Клим Артурович

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, член-корреспондент РАН,
г.н.с. ОТФ ИЯИ РАН Горбунов Дмитрий Сергеевич

Москва. 2020

Содержание

Раздел.	Стр.
I. Введение.....	2
II. Источники гео-нейтрино в Земле.....	3
III. Расчёт спектров, нормированных на один распад.....	4
1. Расчёт формы спектра антинейтрино для β -распада.....	4
2. Расчёт спектра от цепей распадов.....	5
3. Расчет цепи ^{232}Th	6
4. Расчет цепи ^{238}U	9
IV. Расчёт потока антинейтрино от природных источников.....	11
1. Поток антинейтрино от природных источников.....	11
2. Эталонная модель Земли.....	13
3. Оценка потока антинейтрино от природных источников для БНО.	15
V. Роль реакторных антинейтрино.....	15
VI. Обсуждение результатов.....	18
VII. Литература.....	19

I. Введение

Наша планета, с точки зрения её состава, представляется нам сегодня совершенно не изученной. Самая глубокая яма, из когда-либо выкопанных, не превышает отметку в двенадцать километров, что, конечно, очень незначительно в сравнении с размерами Земли. Прямой забор проб доступен геологам в земной коре и верхних слоях мантии, тогда как такое исследование невозможно для основной массы земной породы. Современная сейсмология может дать информацию о профиле плотности Земли, но не о её химическом составе. Мы имеем модельное представление о строении мантии и ядра, исходя из аналогий Земли с другими космическими объектами (с разумными уточнениями).

Гео-нейтрино – это частицы, образующиеся при распадах долгоживущих радионуклидов, распределённых в толще земных пород. Эти нуклиды играют важную роль в динамике теплового потока Земли, так как при их распадах высвобождается энергия, питающая конвективные движения мантии, определяющие тектонику плит. В силу того, что планета почти прозрачна для нейтринного потока, частицы, прилетающие из недр Земли, можно рассматривать, как мгновенный зонд внутренностей планеты. Это стало возможным в силу двух важных научных достижений последних лет. Во-первых, это прогресс в разработке чувствительных детекторов с предельно низким фоном, во-вторых, понимание механизма распространения нейтрино в пространстве.

Энергетический спектр гео-нейтрино даст информацию о распределении и суммарной массе основных радиоактивных изотопов, что позволит ответить на ряд открытых вопросов:

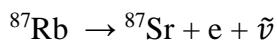
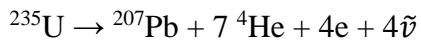
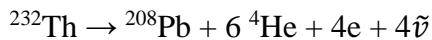
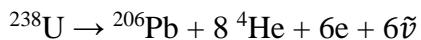
- 1) какой вклад радиогенного тепла в общий тепловой поток Земли;
- 2) есть ли долгоживущие радионуклиды в земном ядре;
- 3) проверка геохимических ограничений на объём тепловыделяющих элементов в земной коре;
- 4) проверка модели BSE (модель силикатной Земли, подробнее – IV раздел);

В данной работе предстоит оценить энергетический спектр гео-нейтрино, ожидаемый в Баксанской нейтринной обсерватории в Кабардино-Балкарии. Антинейтрино на Земле рождаются не только в распадах природных радионуклидов, но так же и в процессах контролируемого деления изотопов в активных зонах ядерных реакторов. Явным преимуществом планируемого эксперимента в БНО над подобными проектами на других станциях (например, SNO+, JUNO [9]) – относительная удалённость установки от АЭС. Однако реакторный сигнал антинейтрино представляет собой ощутимый фон, который также предстоит оценить в предстоящей работе.

II. Источники гео-нейтрино в Земле.

Естественная радиоактивность современной Земли главным образом обусловлена распадами долгоживущих изотопов, период полураспада которых сравним с оценочным возрастом Земли. Это следующие радионуклиды: ^{40}K , ^{87}Rb , ^{238}U , ^{235}U , ^{232}Th . Остальные изотопы, такие, например, как ^{176}Lu , ^{147}Sm , ^{187}Rn дают вклад меньший, чем $10^{-4}\%$ от общего фона [2], поэтому в этой работе не учитываются. Распады последних трех изотопов, из приведённых, порождают целые разветвлённые цепочки распадов нестабильных нуклидов. Так, например, ^{232}Th переходит в стабильный ^{208}Pb через шесть α распадов и четыре β распада.

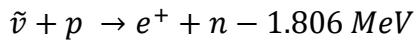
В отличие от Солнца, которое приносит на землю потоки нейтрино, Земля светится в основном антинейтрино (нейтрино образуется среди распадов приведённых здесь нуклидов только в случае электронного захвата ^{40}K , причём по такому каналу распадается только примерно 11%). Суммарные распады, приводящие к появлению антинейтрино, можно условно описать уравнениями:



Для каждого изотопа существует связь между гео-нейтринной светимостью (числом гео-нейтрино, образующихся в единицу времени) и его массой [5]:

$$L = [7.46 \text{ m}(^{238}\text{U}) + 31.94 \text{ m}(^{235}\text{U}) + 1.62 \text{ m}(^{232}\text{Th}) + 23.16 \text{ m}(^{40}\text{K}) + 0.32 \text{ m}(^{87}\text{Rb})] * 10^7 \quad (1)$$

Классическая реакция, используемая для детектирования антинейтрино – это обратный бета-распад на свободных протонах:

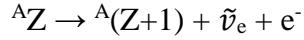


Соответственно, энергия антинейтрино должна превосходить энергетический барьер этой реакции, то есть 1,806 МэВ. Частицы, энергия которых удовлетворяет этому условию, могут образоваться только в распадах, спровоцированных распадами радионуклидов ^{232}Th и ^{238}U , в так называемых цепях распадов этих двух элементов. О расчётах спектров этих двух цепей и пойдёт речь в следующих разделах.

III. Расчёт спектров, нормированных на один распад

1. Расчёт формы спектра антинейтрино для β -распада.

Рассмотрим общий случай бета-минус-распадов, проходящих по следующей схеме:



Сумма импульсов лептонов и ядра отдачи должна быть равна нулю, а сумма кинетической энергии частиц равна энергии распада, определяемой выражением:

$$E_0 = [M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_e]c^2 \quad (2)$$

Максимальная энергия, которая может быть передана ядру отдачи, как правило, пренебрежимо мала по сравнению с энергией распада. То есть можно считать, что в распаде участвуют только две испускаемые частицы (электрон и антинейтрино), между которыми распределяется энергия независимо от сохранения импульса.

Таким образом:

$$E_{\tilde{\nu}} + E_e = E_0 \quad (3)$$

Тогда квантовая теория β распада Ферми дает следующую формулу для формы спектра испускаемых при разрешённом распаде электронов для приближения, при котором нейтрино считаются безмассовыми частицами [1]:

$$\varphi^e(W) = DW(W_0 - W)^2(W^2 - m_e^2 c^4)^{\gamma - \frac{1}{2}} e^{\pi y} |\Gamma(\gamma + iy)|^2 \quad (4)$$

где c – скорость света в вакууме, W – полная энергия электрона ($W_0 = E_0 + m_e c^2$).

$$\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2} \quad (5)$$

Z – заряд дочернего ядра, α – константа слабого взаимодействия,

$$y = \frac{\alpha Z W}{\sqrt{W^2 - (m_e c^2)^2}} \quad (6)$$

D – нормировочный множитель, определяемый выражением:

$$\int_{m_e c^2}^{W_0} \varphi^e(W) dW = 1 \quad (8)$$

Форма спектра для антинейтрино получится из (4) следующим образом:

$$f^{\tilde{\nu}}(E) = \varphi^e(W)|_{W=W_0-E} \quad (9)$$

Таким образом, получается спектр антинейтрино, нормированный на один распад. Пример такого спектра для ^{40}K изображен на (рис. 1).

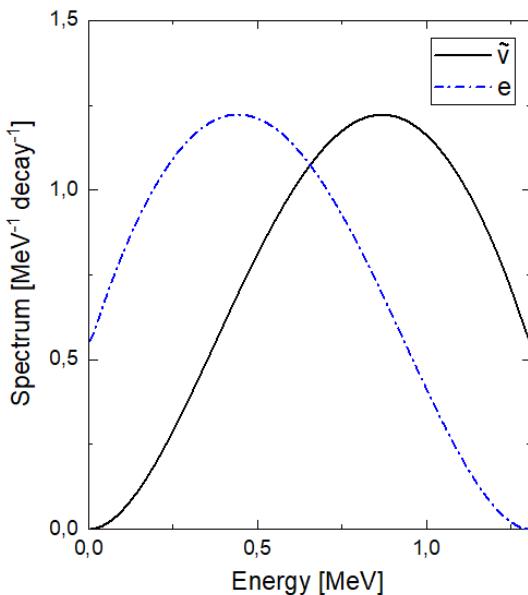


Рис. 1. Сравнение энергетического спектра (спектр рассчитан по формуле (4)) электрона и антинейтрино для одного распада ^{40}K .

2. Расчёт спектра от цепей распадов

Для любой цепочки распадов, если в образце содержится n_i ядер типа i то число распадов с дочерним ядром типа j , в единицу времени будет определяться выражением:

$$r_{ij} = \lambda_i n_i b_{ij} \quad (10)$$

где λ_i – постоянная распада, b_{ij} – коэффициент ветвления. То есть, если ядро может распадаться по нескольким каналам, то

$$\sum_j^k b_j = 1 \quad (11)$$

где k – количество каналов распада для ядра типа i . Вероятность каждого распада определяется следующим образом:

$$R_{ij} = \frac{\lambda_i n_i b_{ij}}{\sum_j r_{ij}} \quad (12)$$

Очевидно, для любой R_{ij} справедливо:

$$\frac{R_{ij}}{R_{ik}} = \frac{b_{ij}}{b_{ik}} \quad (13)$$

Сначала будем считать, что ядро-вершина цепи обязательно распадётся за секунду. Тогда примем нормировку:

$$\sum_h R_{hj} = 1 \quad (14)$$

где h – обозначает вершину цепи (^{232}Th или ^{238}U). При равновесии в цепочке, будет справедливо для любого i :

$$\sum_j R_{ji} = \sum_k R_{ik} \quad (15)$$

Система уравнений (13) – (15) полностью определяет разветвлённую цепь распадов.

В общем случае, переход $i \rightarrow j$ может происходить в разные ядерные состояния. Все такие распады для одного и того же родительского ядра имеют разные спектры антинейтрино, конечные точки спектров и проходят с разной интенсивностью I_{ijk} , причём

$$\sum_k I_{ijk} = 1 \quad (16)$$

Величины интенсивностей взяты из [6], где дана другая нормировка: в сумме интенсивности бета-переходов дают коэффициент ветвления. Тогда спектр антинейтрино для всей цепи определяется выражением:

$$f(E) = \sum_{ij} R_{ij} \sum_k I_{ijk} f_{ijk}(E) \quad (17)$$

Здесь необходимо сделать важное замечание. Строго говоря, многие распады из рассматриваемых цепей не являются разрешёнными, то есть универсальный спектр, определяемый выражением (4) не будет верен для запрещённых распадов. Однако, во-первых, для тяжёлых ядер отклонение от универсального спектра будет незначительным в области высоких энергий [3]. Во-вторых, основной вклад в неопределённость расчета будут иметь неопределённости в значениях коэффициентов интенсивностей (некоторые из них можно найти в табл. 1 и 2), по сравнению с которыми отклонение от формы (4) не будет значительным.

Спектр, посчитанный по формуле (17) для обеих цепей представлен на рис. 2.

3. Расчет цепи ^{232}Th

По пути от ^{232}Th к стабильному ^{208}Pb всего пять β -радиоактивных ядер, представленных в таблице 1. В целом, спектр цепи является суммой 80 спектров распадов, представляющих собой переходы в различные ядерные состояния нуклидов из цепи (см.

рис. 3). Антинейтрино, экспериментально детектируемые, образуются только в трёх из них (см. табл. 1). Спектр для антинейтрино с энергией выше порога представлен на рис. 4.

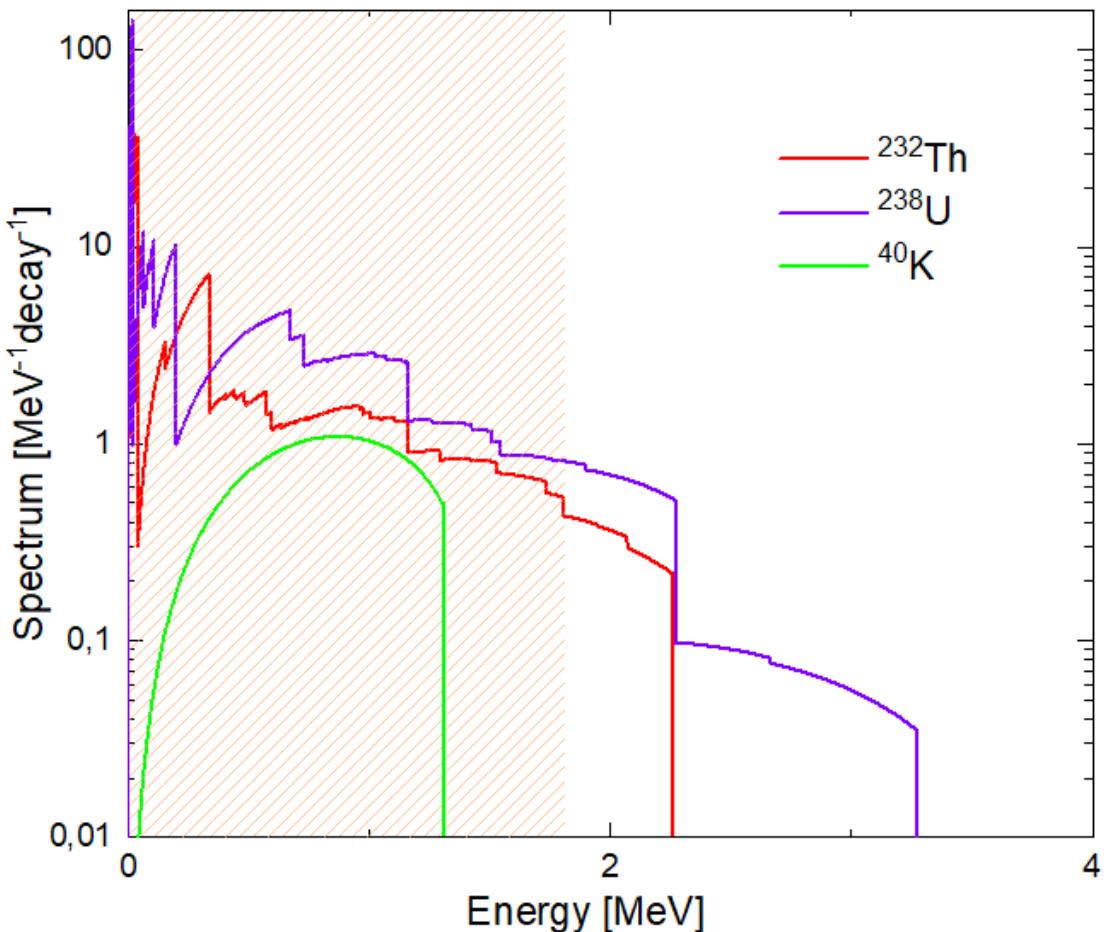


Рис. 2. Энергетические спектры (полученные в данной работе) антинейтрино для цепей ^{232}Th и ^{238}U , нормированные на один распад головного ядра. Заштрихованная область – невидимая для детектора.

Табл. 1. Характеристики распадов, входящих в цепь ^{232}Th . Если четвёртая ячейка пуста, то максимальная энергия наибольшего по энергии перехода не преодолевает барьер в 1.806 МэВ. В третьей ячейке тогда указана энергия этого перехода. В таблице приведены интенсивности только преодолевающих барьер распадов.

$i \rightarrow j$	R_{ij}	E_0, MeV	I_k
$^{228}\text{Ra} \rightarrow ^{228}\text{Ac}$	1.0000	0.0396	
$^{228}\text{Ac} \rightarrow ^{228}\text{Th}$	1.0000	2.0692	0.08 ± 0.06
		1.9402	0.008 ± 0.006
$^{212}\text{Pb} \rightarrow ^{212}\text{Bi}$	1.0000	0.5738	
$^{212}\text{Bi} \rightarrow ^{212}\text{Po}$	0.6406	2.2540	0.8658 ± 0.0016
$^{208}\text{Tl} \rightarrow ^{208}\text{Pb}$	0.3594	1.8033	

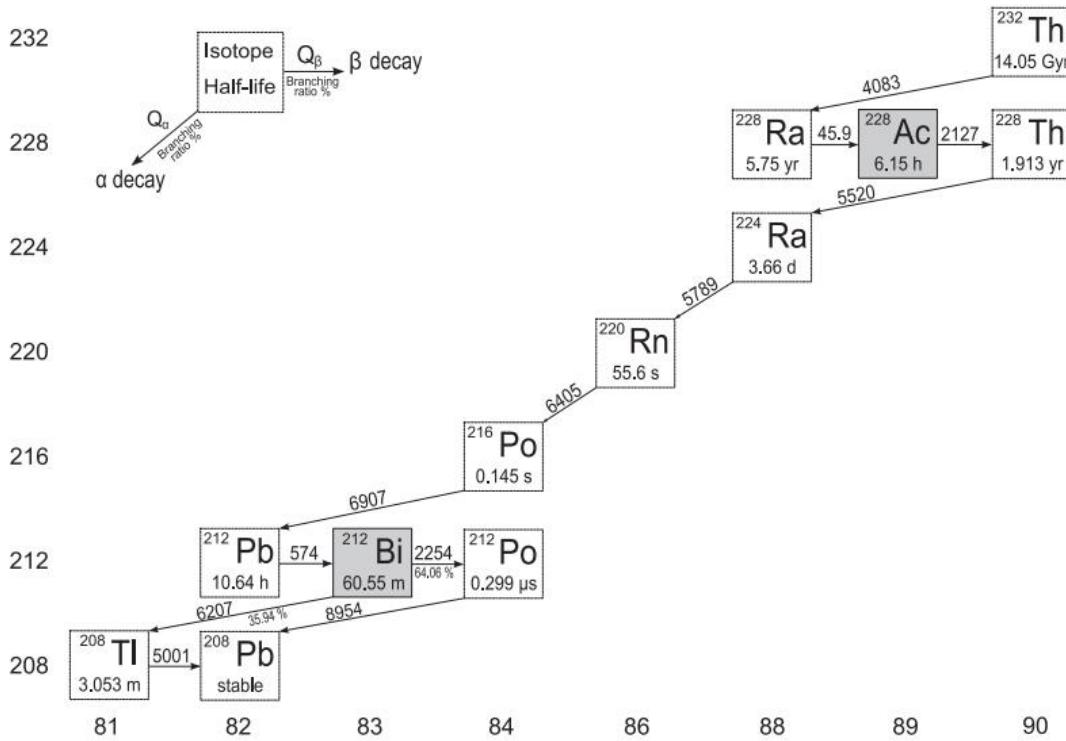


Рис. 3. Схема распада ^{232}Th . Серым цветом обозначены «главные» источники. (Изображение взято из [3]).

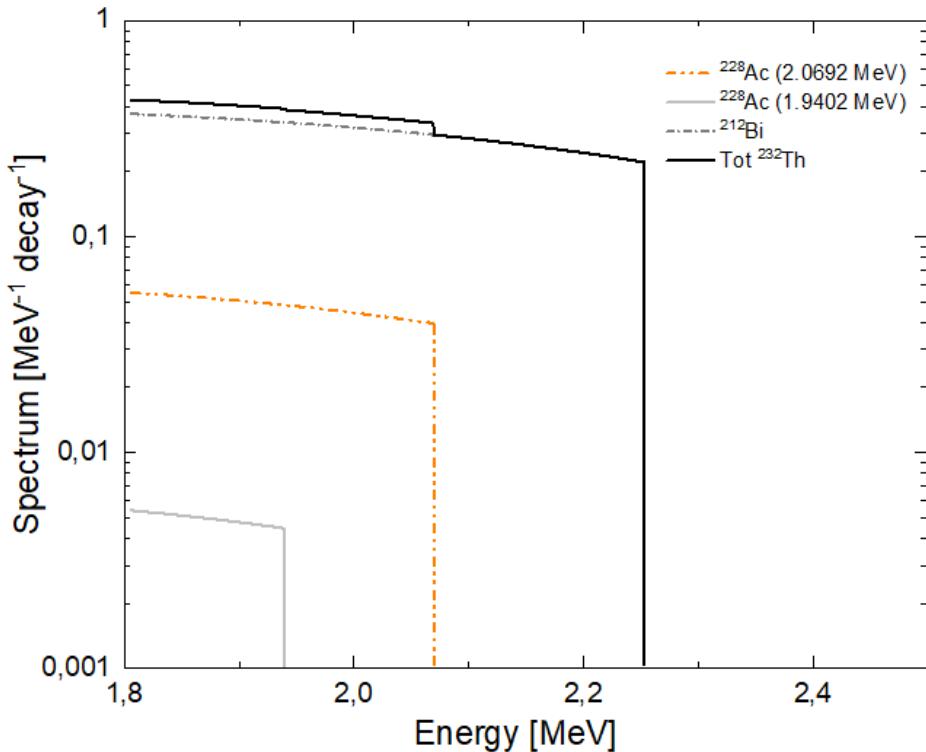


Рис. 4. Энергетический спектр (получен в данной работе) антинейтрино цепи тория для энергий, выше 1,806 МеВ, с указанием отдельных спектров элементов, непосредственно в распадах которых образуются антинейтрино, которые возможно детектировать.

4. Расчет цепи ^{238}U

Распад ^{238}U провоцирует шесть бета распадов. Его спектр (рис. 2) состоит из 170 спектров, соответствующих различным бета-переходам. Схема распада представлена на рис. 5.

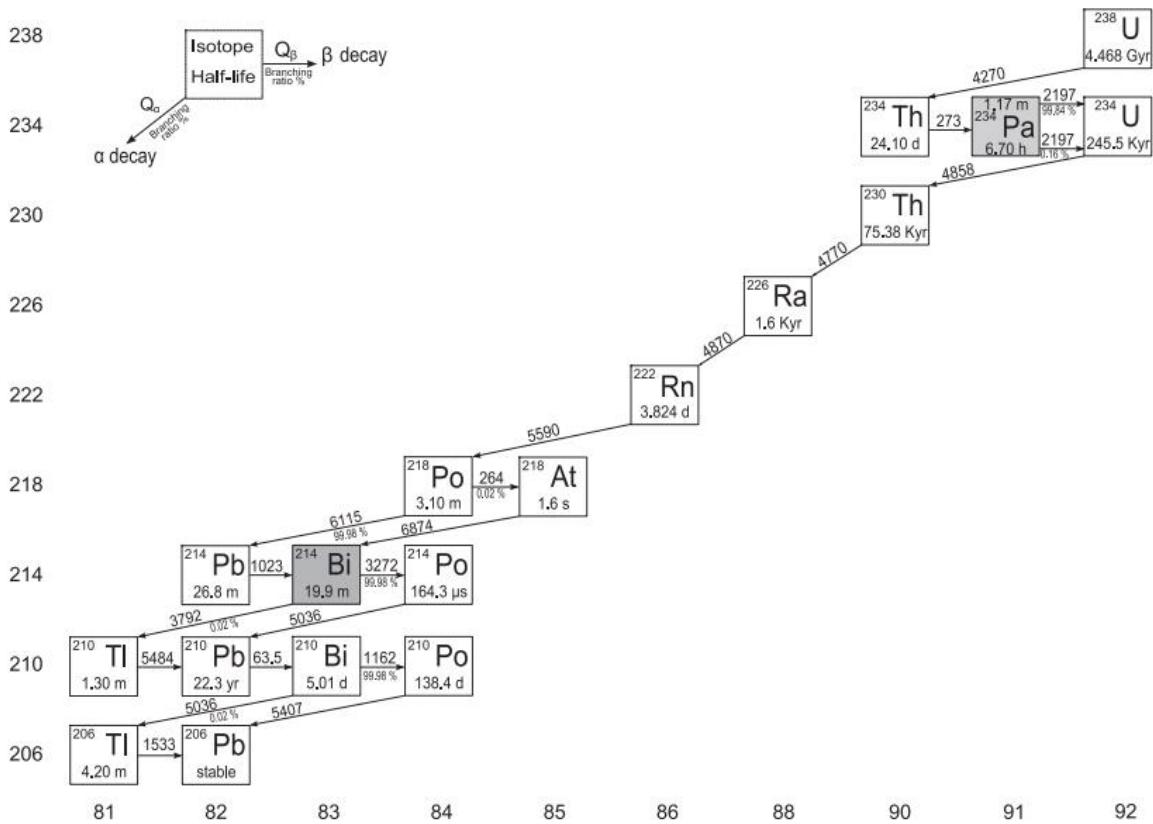


Рис. 5. Схема распадов цепи ^{238}U . Серым цветом обозначены «главные» источники.

(Изображение взято из [3]).

Источниками экспериментально детектируемых антинейтрино являются только $^{234}\text{Pa}_{\text{m}}$ и ^{214}Bi . Нужные частицы образуются в пяти бета-переходах (табл. 2). Энергии антинейтрино, образующихся при распаде ^{210}Tl достаточно для обнаружения, однако, в силу очень небольшой вероятности распада ($< 10^{-5}$), сигнал от него слишком мал, если учесть, что в этой области энергий основной вклад имеют реакторные антинейтрино (подробнее в разделе V). В силу обозначенного выше, вклад ^{210}Tl в данной работе не учитывается (он так же отсутствует на спектре на рис. 2).

Энергетический спектр антинейтрино с указанием отдельных спектров распадов, непосредственно в которых образуются экспериментально детектируемые частицы, представлен на рис. 6.

Табл. 2. Характеристики распадов, входящих в цепь ^{238}U . Если четвёртая ячейка пуста, то максимальная энергия наибольшего по энергии перехода не преодолевает барьер в 1.806 МэВ. В третьей ячейке тогда указана энергия этого перехода. В таблице приведены интенсивности только преодолевающих барьер распадов.

$i \rightarrow j$	R_{ij}	E_0, MeV	I_k
$^{234}\text{Th} \rightarrow ^{234}\text{Pa}$	1.0000	0.1991	
$^{234}\text{Pa}_m \rightarrow ^{234}\text{U}$	0.9984	2.2689	0.9836 ± 0.002
$^{214}\text{Pb} \rightarrow ^{214}\text{Bi}$	0.9998	1.0240	
$^{214}\text{Bi} \rightarrow ^{214}\text{Po}$	0.9998	3.2720	0.182 ± 0.006
		2.6627	0.017 ± 0.006
		1.8943	0.0743 ± 0.0011
		1.8565	0.0081 ± 0.0007
$^{210}\text{Pb} \rightarrow ^{210}\text{Bi}$	1.0000	0.0635	
$^{210}\text{Bi} \rightarrow ^{210}\text{Po}$	0.9999	1.1621	
$^{234}\text{Pa} \rightarrow ^{234}\text{U}$	0.0016	1.2472	
$^{218}\text{Po} \rightarrow ^{218}\text{At}$	0.0002	0.2650	
$^{206}\text{Tl} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$	0.0001	1.5335	
$^{210}\text{Tl} \rightarrow ^{210}\text{Pb}$	0.0002	4.3913	

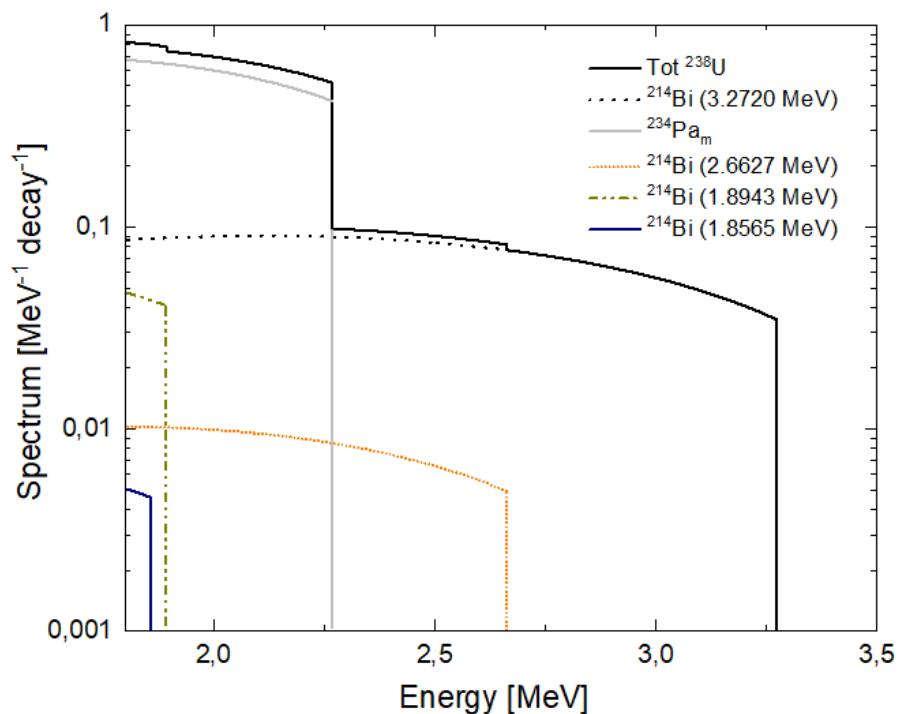


Рис. 6. Энергетический спектр (получен в данной работе) антинейтрино цепи урана для энергий выше 1,806 МэВ с указанием отдельных спектров элементов, непосредственно в распадах которых образуются антинейтрино, которые возможно детектировать.

IV. Расчёт потока антинейтрино от природных источников

1. Поток антинейтрино от источников

На пути от места производства к детектору поток частиц, которые удается детектировать, уменьшается. Во-первых, в силу геометрических причин – по закону обратных квадратов. Во-вторых, из-за существования нейтринных осцилляций. Остановимся на последнем явлении подробнее.

Установлено существование трёх ароматов нейтрино – электронное, мюонное и тауне-нейтрино и трёх соответствующих антинейтрино. Они, вместе с сопряженными им лептонами, образуют три поколения. По современным представлениям лептонные числа, характеризующие уникальные для лептонов свойства, не являются абсолютно сохраняющимися величинами, а нейтрино имеют конечную, ненулевую массу. Это делает возможным превращение нейтрино из одного поколения в другое. Названный процесс может быть рассмотрен в рамках квантовой механики как нейтринные осцилляции.

Антинейтрино неэлектронных ароматов не могут дать обратного бета-распада, хотя могут упруго рассеиваться на электронах с много меньшим сечением реакции. Это приводит к искажению энергетического спектра, которое необходимо учесть.

Вводятся так называемые собственные состояния массы $\tilde{\nu}_1$, $\tilde{\nu}_2$ и $\tilde{\nu}_3$, для которых матрица гамильтониана имеет диагональный вид. «Обычные» ароматические состояния нейтрино, образующиеся в ядерных реакциях, представляют собой смесь собственных состояний массы. Их состав может изменяться по мере распространения в пространстве. Рассмотрим случай двух ароматов: электронного и мюонного. (Обобщение на три типа нейтрино будет слишком громоздким). Временное развитие волновой функции антинейтрино в их массовых собственных состояниях $\tilde{\nu}_1$ и $\tilde{\nu}_2$ задается уравнением Шредингера:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1(t) \\ \tilde{\nu}_2(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{i\hbar} \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1(t) \\ \tilde{\nu}_2(t) \end{pmatrix} \quad (18)$$

Переход от нейтринных состояний $\tilde{\nu}_1(t)$, $\tilde{\nu}_2(t)$ к $\tilde{\nu}_e(t)$, $\tilde{\nu}_\mu(t)$ и обратно осуществляется унитарной матрицей, которую удобно представить через $\cos \theta$ и $\sin \theta$ угла θ , который в дальнейшем будет называться углом смешивания.

$$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e(t) \\ \tilde{\nu}_\mu(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1(t) \\ \tilde{\nu}_2(t) \end{pmatrix} \quad (19)$$

В случае если антинейтрино электронного аромата с энергией $E_{\tilde{\nu}}$, выраженной в МэВ, образовалось в бета-распаде, то, в зависимости от пройденного расстояния (в метрах), вероятность выживания электронного аромата (в случае трёхароматных осцилляций), выраженная через соответствующие углы смешивания, может быть записана в следующем виде [8]:

$$P_{ee}(E_{\tilde{\nu}}, d) = 1 - (\cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \Delta_{21} + \sin^2 2\theta_{13} [\cos^2 \theta_{12} \Delta_{31} + \sin^2 \theta_{12} \Delta_{32}]) \quad (20)$$

где

$$\Delta_{ij} = \sin^2 \left(1.27 \frac{|\Delta m_{ij}^2| d}{E_{\tilde{\nu}}} \right) \quad (21)$$

Δm_{ij}^2 – разность квадратов масс ароматов антинейтрино. Заметим, что независимы только две разности квадратов масс, так как $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2$. Из экспериментальных данных можно получить оценки значений констант, фигурирующих в формуле (20) [7], которую можно использовать в точных расчётах (можно считать в силу малости Δm_{21}^2 , что $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2$).

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_{12} &= 0,297 \pm 0,017 \\ \cos^2 \theta_{13} &= 0,0215 \pm 0,007 \\ \Delta m_{21}^2 &= (7,37 \pm 0,17) * 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{31}^2 &= (2,525 \pm 0,030) * 10^{-3} \text{ eV}^2 \end{aligned}$$

Можно ввести длину колебаний, представив фазу в выражении (21) как $\pi d / d_{osc}$.

Тогда длина осцилляций может быть записана в виде:

$$d_{osc} = \frac{\pi E_{\tilde{\nu}}}{1.27 |\Delta m^2|} \quad (22)$$

Для разных Δm_{ij}^2 существуют разные шкалы длин осцилляций, зависящих только от энергии. Для Δm_{21}^2 оно составляет около 100 км в диапазоне энергий, не превосходящих максимальную энергию распада из цепей урана и тория, а для Δm_{31}^2 ещё меньше. То есть величины длин осцилляций невелики по сравнению со средним радиусом Земли (6371 км). Это дает возможность аппроксимировать вероятность выживания электронного аромата её усреднённым значением [9]:

$$\langle P_{ee} \rangle = 1 - 0.5(\cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} + \sin^2 2\theta_{13}) = 0,558 \pm 0,015 \quad (23)$$

Таким образом, для цепи распадов с головным ядром X ($X = {}^{238}\text{U}$ или ${}^{232}\text{Th}$) спектр может быть посчитан по формуле:

$$F_X(E_{\tilde{\nu}}) = f_X(E_{\tilde{\nu}})\langle P_{ee} \rangle \int d\vec{r} \frac{\rho(\vec{r})}{4\pi|\vec{R}_D - \vec{r}|^2} \frac{a_X(\vec{r})C_X\lambda_X}{m_X} \quad (24)$$

где $\rho(\vec{r})$ – плотность пород в некоторой точке земли, \vec{R}_D – радиус-вектор, описывающий положение детектора (БНО ИЯИ РАН), $a_X(\vec{r})$ и C_X – массовая распространённость изотопа X и его изотопная распространённость соответственно. λ_X и m_X – постоянная распада и атомная масса X. $f_X(E_{\tilde{\nu}})$ – спектр, посчитанный по формуле (17).

2. Эталонная модель Земли

Чтобы оценить поток антинейтрино на поверхности, нужно знать распределение их источников внутри Земли, однако, казалось бы, именно в это знание мы хотим внести ясность планируемым экспериментом. Важно отметить, что описываемая в этом разделе модель Земли не является полной с точки зрения геофизики: она лишь представляет собой некоторую точку отсчёта при обсуждении гео-нейтринных экспериментов.

Профиль плотности Земли (множитель $\rho(\vec{r})$ в формуле (24)) поступает из сейсмических исследований, и в настоящее время известен достаточно точно. В моделях

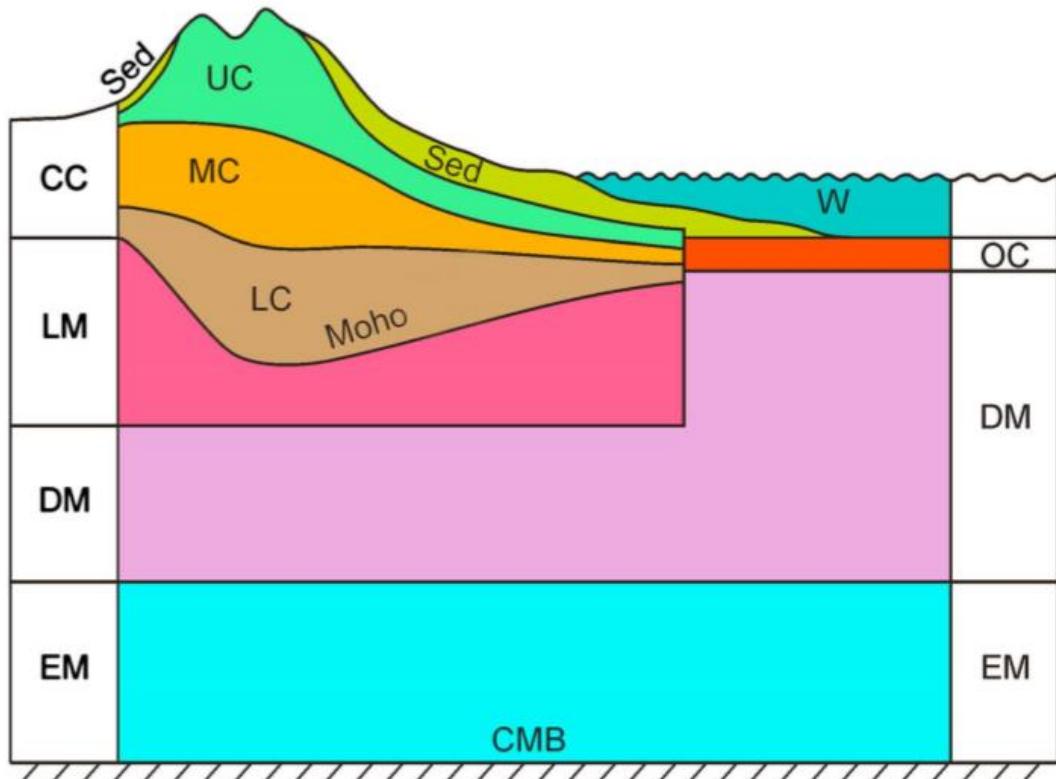


Рис. 7. Схематичное изображение строения Земли вне ядра [10]. Обозначения: СС – континентальная кара, ОС – океаническая кара, UC, MC, LC – верхняя, центральная и нижняя кара соответственно, W – океан. LM, DM, EM – литосферная, обеднённая и обогащённая мантия соответственно.

Земли обычно предполагается однородный состав сейсмически дифференцированных областей в мантии (рис. 7) тогда, когда существующая экспериментальная база не свидетельствует о гетерогенностях. Существенные отличия от общей модели структуры среза Земли на сегодняшний день зафиксированы в глубинной мантии у южного побережья Африки и у Таити [13]. Упрощённая одномерная модель Земли, так называемая, предварительная эталонная модель (PREM), описана в работе [11]. В ней представлены усреднённые характеристики Земли в зависимости от её радиуса, без учёта отклонений от радиальной симметрии. Однако там же представлены таблицы плотности, используемые до сих пор в расчётах.

Структура и толщина земной коры с учётом локальных неоднородностей на сегодняшний день описана весьма подробно на основании прямых геологических измерений и общих закономерностей, однако она всё ещё имеет модельный характер и нуждается в многократной экспериментальной проверке. Например, в [12] информация о геологическом типе пород и толщине коры представлена в виде трёхмерной модели – карты с разрешением $1^\circ \times 1^\circ$.

Важно, что в силу уменьшения потока по закону обратных квадратов, почти четверть гео-нейтринного сигнала – это гео-нейтрино, рождённые в радиусе 50 км, что, в общем-то, укладывается в площадь $1^\circ \times 1^\circ$. Почти половина сигнала – область радиусом 500 км. То есть для минимизации систематической ошибки недостаточно оценить состав окружающей детектор коры исходя из общих представлений, а требуется более детальное геофизическое и геохимическое исследование. Тогда как для остальной коры и мантии такая подробность избыточна. Зная сигнал от локальной области с высоким уровнем достоверности и имея хорошую оценку сигнала от коры в общем, можно получить сигнал от мантии, оцениваемый с большей неопределённостью, вычитая из общего сигнала сигнал от коры.

Теперь нужно обсудить построение модели для мантии – области с исключённой возможностью прямого эксперимента (сейсмические исследования могут дать информацию о физических характеристиках области, не о химическом её составе). По современным представлениям, содержания элементов – источников гео-нейтрино в ядре очень незначительно. В основном это никеле-железные сплавы, хотя единого мнения здесь нет. Для мантии, как и для ядра, метод её изучения – это метод аналогии (с соответствующими поправками) с другими космическими телами.

Модель BSE (Bulk Silicate Earth) хорошо согласуется с большинством экспериментальных наблюдений, касающихся ядра и верхней мантии. Состав примитивной

мантии выводится из состава хондритных метеоритов, представляющих собой большинство каменных метеоритов, с некоторыми поправками на наблюдаемое обилие в земле. Состав хондритовых метеоритов практически идентичен химическому составу Солнца, исключая самые легкие элементы, такие как водород и гелий. Предполагается, что хондриты происходят из протопланетного вещества, окружающего Солнце. У хондритов не обнаружены следы плавления и они соответствуют недифференцированным планетам (планетам без коры), т. е. составу примитивной мантии. Развитие идеи этой аналогии с использованием методов геофизики описано в [10].

3. Оценки потока антинейтрино от природных источников для БНО

В работе [10] проводится оценка потока гео-нейтринного сигнала для 16 точек, в которых возможны эксперименты по гео-нейтрино. Расчёт проводится согласно трёхмерной модели BSE с учётом локальных геофизических и геохимических особенностей. В таблице 3 представлены величины потоков для станции Баксан ИЯИ РАН в Кабардино-Балкарии с оценкой ограничений на сигнал от коры и литосферной мантии:

Табл. 3. Поток гео-нейтрино для нейтринной обсерватории в Кабардино-Балкарии. Поток измеряется в $10^6 \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$.

	$\Phi(U)$	$\Phi(Th)$
кора + LM	$4.13^{+1.11}_{-0.90}$	$3.95^{+1.26}_{-0.83}$
DM	0.57	0.34
EM	0.41	0.42
Total	$5.10^{+1.11}_{-0.90}$	$4.36^{+1.26}_{-0.83}$

V. Роль реакторных антинейтрино

Принцип действия ядерных энергетических реакторов на АЭС заключается в выделении тепла при нейтронно-индукционном делении изотопов U и Pu и последующем распаде нестабильных осколков деления. В процессе этих распадов появляются антинейтрино превышающей барьер обратного бета-распада энергии. В связи с этим, необходимо оценить энергетический спектр реакторных антинейтрино ото всех работающих реакторов, так как они будут представлять собой весьма ощутимый фон и затруднять гео-нейтринный эксперимент.

В типичном реакторе более 99,9% антинейтрино выше уровня энергии порога детектирования испускаются в больших количествах бета-распадов нестабильных

дочерних фрагментов, возникших в процессе деления всего четырех изотопов: ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu [15], поэтому дальше в этом разделе пойдет речь только об этих четырёх радионуклидах. Для конкретного реактора спектр в единицах [MeV/decay] может быть выражен следующим образом:

$$\Lambda(E_{\bar{\nu}}) = \sum_{i=1}^4 f_i \lambda_i(E_{\bar{\nu}}) \quad (25)$$

где $\lambda_i(E_{\bar{\nu}})$ – спектр антинейтрино для одного распада i -го радионуклида, а f_i – доля i -го элемента в общем сигнале (то есть сумма f_i по всем i даёт 1). Эта величина связана с тепловой мощностью реактора энергетическим соотношением:

$$P_{th} = R\langle Q \rangle = R \sum_{i=1}^4 f_i Q_i \quad (26)$$

где R – общая скорость деления (общее число делений в единицу времени), $\langle Q \rangle$ – средняя энергия выделяемая за одно деление. Q_i – средняя энергия, выделяемая за одно деление изотопа i (табличные данные, например, [14]). Выражение для тепловой мощности может быть записано другим способом:

$$P_{th} = \frac{P_i}{p_i} = \frac{Rf_i Q_i}{p_i} \quad (27)$$

где P_i – тепловая мощность, генерируемая изотопом i , а p_i – энергетическая фракция i -го изотопа. Таким образом, справедливо выражение:

$$p_i = \frac{f_i Q_i}{\sum f_i Q_i} \quad (28)$$

p_i – табличные данные, которые можно посмотреть, например, в [14]. Эти коэффициенты зависят от используемого ядерного топлива и от типа реактора. Из формул (25) – (27) следует, что спектр излучения от реактора k получается следующим образом:

$$R_k(E_{\bar{\nu}}) = P_{th} LF \sum_{i=1}^4 \frac{p_i}{Q_i} \lambda_i(E_{\bar{\nu}}) \quad (29)$$

где LF – коэффициент полезной нагрузки (если P_{th} измеряется в МВт, а Q_i в MeВ, то необходимо умножить выражение (29) на коэффициент $(1/e)$ [eВ/Дж], где e – элементарный электрический заряд). Он представляет собой процентную величину выражающую эффективное рабочее состояние активной зоны в единицу времени рабочего цикла и определяется как отношение:

$$LF = \frac{EG}{REG} \quad (30)$$

где EG – чистая электрическая энергия, произведённая в единицу времени, REG – чистая электрическая энергия, которая была бы подана в сеть в случае если реактор непрерывно работал на опорном блоке питания. Коэффициенты полезной нагрузки публикуются ежегодно в отчёте Информационной системы по энергетическим реакторам (PRIS) (доступно по [16]) для всех работающих ядерных реакторов.

Что касается единичного спектра, то для каждого изотопа, путём обобщения экспериментальных данных, было получено приближение экспонентой от полинома третьей степени [14]:

$$\lambda_i(E_{\tilde{\nu}}) = \exp \left(\sum_{k=0}^3 a_i^k E_{\tilde{\nu}}^k \right) \quad (31)$$

Коэффициенты a_i^k представлены в работе [14].

В [17] доступна база данных всех работающих ядерных реакторов на Земле, с указанием их координат, типа топлива и усреднённого за месяц коэффициента полезной нагрузки для всех годов с 2003 по 2018. В настоящее время по версии PRIS в постоянной работе задействованы 441 ядерный реактор по всему миру. Задача – оценить спектр для всех реакторных антинейтрино. С учётом осцилляций и геометрического уменьшения потока, спектр может быть выражен следующим образом:

$$R(E_{\tilde{\nu}}) = k \sum_{k=1}^N \left[P_{th}^k \langle LF \rangle_k \frac{P_{ee}(E_{\tilde{\nu}}, d)}{4\pi d^2} \sum_{i=1}^4 \frac{p_i^k}{Q_i^k} \lambda_i^k(E_{\tilde{\nu}}) \right] \quad (31)$$

где величина $P_{ee}(E_{\tilde{\nu}}, d)$ определяется выражением (20), $\langle LF \rangle_k$ – усреднённый за год коэффициент полезной нагрузки (в данной работе были использованы данные за 2018 года из [17]), d – абсолютное расстояние между активной зоной и детектором. В данной работе, оно оценивалось по формуле (теорема косинусов):

$$d = R_{\oplus} 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (32)$$

где R_{\oplus} - средний радиус Земли (6371 км). То есть, предполагается, что все поверхностные локации расположены на поверхности сферы, радиуса R_{\oplus} . α – угловое расстояние между двумя точками на этой сфере. В [18] предлагается оценка неопределённости в общем расчёте не более одного процента.

VI Обсуждение результатов

Результат представлен в виде так называемого спектра взаимодействия: суммы спектров (31) и (24), помноженные на зависящий от энергии коэффициент – поперечное сечение обратного бета-распада (см^2):

$$S(E_{\tilde{\nu}}) = \sigma(E_{\tilde{\nu}}) \left[R(E_{\tilde{\nu}}) + \sum_X F_X(E_{\tilde{\nu}}) \right] \quad (33)$$

которое может быть выражено с хорошей точностью формулой:

$$\sigma(E_{\tilde{\nu}}) = 9,57 \times 10^{-44} p_e E_e \quad (34)$$

где p_e и E_e – соответственно импульс и энергия позитрона в МеВ (пренебрегаем незначительной энергией отдачи нейтрона).

$$E_e = E_{\tilde{\nu}} - (m_n - m_p) = E_{\tilde{\nu}} - 1.239 \text{ MeV} \quad (35)$$

Традиционно подобные спектры выражаются в единицах TNU (terrestrial neutrino units 1 TNU = Одно взаимодействие на 10^{32} протонов в год). В этом случае выражение нужно умножить на коэффициент k :

$$k = 10^{-10} \left[\frac{km^2}{cm^2} \right] \times 3.15576 \times 10^7 \left[\frac{s}{y} \right] \times 10^{32} \quad (36)$$

Все представленные в работе расчёты велись в C++. В программу могут быть вставлены более уточненные входные данные. Спектр антинейтрино, рассчитанный по формуле (33), в единицах TNU представлен на рис. 7. Различными цветами выделены сигналы от гео-нейтрино из каждой цепи распадов и реакторные антинейтрино.

Следует отметить, что энергетический спектр реакторных антинейтрино имеет оценочный характер и не может быть посчитан с наперёд заданной точностью до эксперимента, так как коэффициент полезной нагрузки в выражении (31) может, строго говоря, варьироваться от 0 до 100 процентов и известен из отчётов, опубликованных в PRIS только постфактум. В данной работе использованы данные за 2018 год. Также важно, что представленные в данной работе результаты верны при 100% чувствительности детектора. Чтобы получить действительный сигнал, нужно выражение (33) умножить на коэффициент $\epsilon(E)$, характеризующий эффективность детектирования. Тем не менее полезно будет привести величины интегралов спектра взаимодействия:

Ожидаемое число событий реакторных антинейтрино и гео-нейтрино соответственно: $S_R \approx 29 \text{ TNU}$, $S_G \approx 46 \text{ TNU}$;

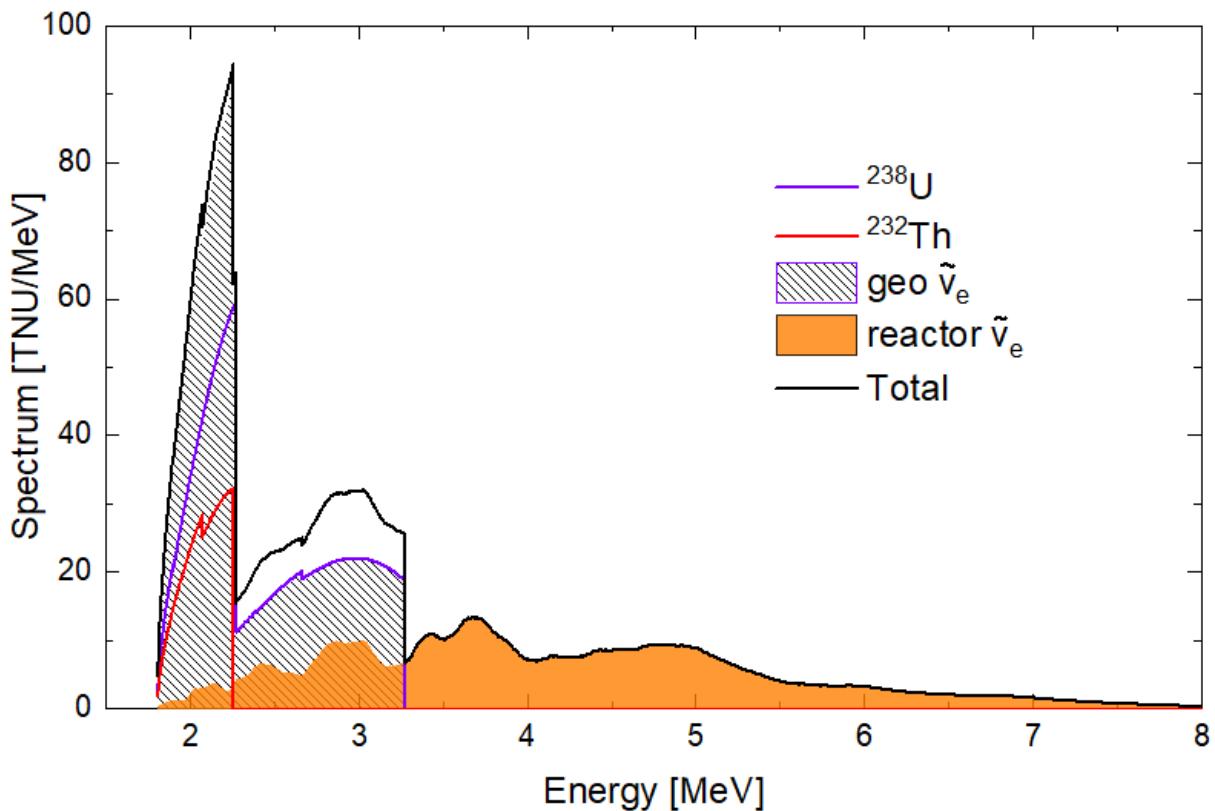


Рис. 7. Энергетический спектр взаимодействия, ожидаемый в эксперименте в БНО.

Литература:

1. By Ц. С. Бета-распад / Ц. С. By, С. А. Мошковский. – Атомиздат. Москва. 1970 – 50 с.
2. McDonough W. F. The compositions of the Earth/ W. F. McDonough, S. -s. Sun// Chemical Geology 120 (1995) стр. 223 - 253
3. Fiorentini G. Geo-neutrinos and earth's interior/ Gianni Fiorentinia, Marcello Lissi, Fabio Mantovanib// Physics Reports 453 (2007) стр. 117 – 172.
4. Nucleus Ground and Isomeric States Parameters Search Engine [Электронный ресурс]. Режим доступа - <http://cdfe.sinp.msu.ru/services/gsp.en.html>, свободный – (28.04.2020).
5. Firestone, R.B., Shirley, V.S. (Eds.), 1996. Table of Isotopes [Электронный ресурс]. Режим доступа - <http://isotopes.lbl.gov/education/isotopes.html>
6. Chu S.Y.F. Ekström L.P. Firestone R.B. The Lund/LBNL Nuclear Data Search (Version 2.0, February 1999) [Электронный ресурс]. Режим доступа - <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/index.asp>, свободный – (28.04.2020).

7. Capozzi F. Global constraints on absolute neutrino masses and their ordering / Francesco Capozzi, Eleonora Di Valentino, Eligio Lisi, Antonio Marrone, Alessandro Melchiorri, and Antonio Palazzo // Phys. Rev. D 95, 096014 – Published 30 May 2017
8. Petcov S. T. The LMA MSW solution of the solar neutrino problem, inverted neutrino mass hierarchy and reactor neutrino experiments / S.T.Petcov, M.Piai. // Physics Letters B, Volume 533, Issues 1-2, 2 May 2000, p. 94-106.
9. Smirnov O. Experimental Aspects of Geoneutrino Detection: Status and Perspectives / Oleg Smirnov // Progress in Particle and Nuclear Physics, Volume 109, November 2019, 103712
10. Huang Yu. A reference Earth model for the heat-producing elements and associated geoneutrino flux / Yu Huang, Viacheslav Chubakov, Fabio Mantovani, Roberta L. Rudnick, William F. McDonough // arXiv:1301.0365
11. Dziewonski A. M. Preliminary reference Earth model / Adam M. Dziewonskia Don L. Andersonb // Physics of the Earth and Planetary Interiors Volume 25, Issue 4, June 1981, Pages 297-356.
12. Gabi Laske, Zhitu Ma, Guy Masters and Michael Pasquano CRUST 1.0 A New Global Crustal Model at 1x1 Degrees / [Электронный ресурс]. Режим доступа - <https://igppweb.ucsd.edu/~gabi/crust1.html>, свободный (01.05.20)
13. Garnero E. J. Structure and dynamics of Earth's lower mantle / Garnero E.J., McNamara A. K. // Science. 2008 May 2;320(5876):626-8. doi: 10.1126/science.1148028
14. Baldoncini M. Reference worldwide model for antineutrinos from reactors / Marica Baldoncini, Ivan Callegari, Giovanni Fiorentini, Fabio Mantovani, Barbara Ricci, Virginia Strati, and Gerti Xhixha // PHYSICAL REVIEW D 91, 065002 (2015)
15. Djurcic Z. Uncertainties in the anti-neutrino production at nuclear reactors / Z Djurcic, J A Detwiler, A Piepke, V R Foster, L Miller, and G Gratta // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics Published 10 March 2009.
16. The Power Reactor Information System (PRIS) / [Электронный ресурс]. Доступно по адресу - <https://prisweb.iaea.org/Home/Pris.asp>, - свободный, требуется регистрация (10.05.20).
17. LABORATORY FOR NUCLEAR TECHNOLOGIES, A reference worldwide model for antineutrinos from reactors. / [Электронный ресурс]. Доступен по адресу - <https://www.fe.infn.it/antineutrino/>, свободный. (10.05.20).
18. Barna A. M. Global Antineutrino Modeling: A Web Application / A.M. Barna, S.T. Dye. // arXiv:1510.05633v2 [physics.ins-det] 6 Feb 2018.