

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра физики частиц и космологии

---

## **Слабое линзирование на темных гало галактик**

Курсовая работа  
студента 2 курса 212 группы  
Матюшина Бориса Андреевича

Научный руководитель:  
доктор физ.- мат.наук,  
член-корр.РАН, г.н.с.  
ОТФ ИЯИ РАН  
Дмитрий Сергеевич Горбунов

# Содержание

1 Введение .....	3
2 Гравитационное линзирование.....	4
2.1 Ход лучей .....	4
2.2 Приближение тонкой линзы.....	5
2.3 Виды линзирования .....	8
3 Темная материя в Галактике.....	10
3.1 Определение разрешающей способности .....	10
3.2 Скопление Пули.....	11
4 Заключение .....	13
5 Список литературы .....	14

# Введение

Настоящая работа посвящена изучению гравитационных линз - объектов, отклоняющих электромагнитные волны и искривляющие пространство вокруг себя. Гравитационные линзы позволяют получить искривленные изображения далеких излучающих объектов для их изучения, однако более интересно рассматривать строение и параметры самой линзы.

Относительно не так давно встал вопрос о несовпадении теоретических кривых вращения галактик и экспериментальных данных. Начали выстраиваться гипотезы, и одной из самых успешных является гипотеза темной материи, состоящей из небарионного вещества, но имеющей значительную массовую долю во Вселенной. Частицы такого вещества участвуют только в слабом и гравитационном взаимодействии и называются WIMP (WeaklyInteractingMassiveParticles). В силу того, что электромагнитного взаимодействия с WIMP не происходит, непосредственное наблюдение этого вещества невозможно. Одним из способов изучения темной материи является гравитационное линзирование на гало галактик.

# Гравитационное линзирование

## Ход лучей

Для изучения гравитационной линзы необходимо описать ход лучей вблизи точечной массы. Ясно, что гравитационная линза подобна обычной оптической линзе, так как прямолинейные лучи от источника меняют, проходя через гравитационное поле, свою траекторию. Однако в случае гравитационной линзы в одной точке собираются исключительно лучи с одним прицельным параметром  $p$ .

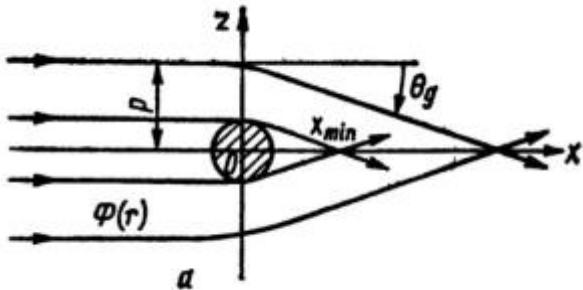


Рис.1 Преломление световых лучей полем массивного тела.[3]

Заметим, что лучи в присутствии гравитационной линзы приобретают гиперболическую траекторию.

Общая теория относительности позволяет определить угол отклонения для линзы - точечной массы  $M$

$$\tilde{\alpha} = \frac{4GM}{pc^2}$$

Это выражение подтверждено экспериментально, и исходит оно непосредственно из отклонения в центрально-симметричном поле и искривления пространства вокруг массивного объекта.

## Приближение тонкой линзы

Для наблюдаемых гравитационных линз подходит модель тонкой линзы, так как характерные расстояния от наблюдателя до линзы и от линзы до источника велики по сравнению с величиной самой линзы. В таком случае Объемная плотность проецируется на плоскость, перпендикулярную к оси наблюдатель - источник

$$\Sigma = \int \rho(\vec{\xi}, x) dx$$

где  $\Sigma$  - спроектированная плотность,  $\vec{\xi}$  - вектор в плоскости линзы,  $x$  - начальное направление луча,  $\rho(\vec{\xi}, x)$  - объемная плотность линзы.

В результате выражение для угла отклонения от такой тонкой линзы записывается как суперпозиция отклонений от всех элементов масс

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d^2 \xi'$$

Рассмотрим, схему приближения тонкой линзы,

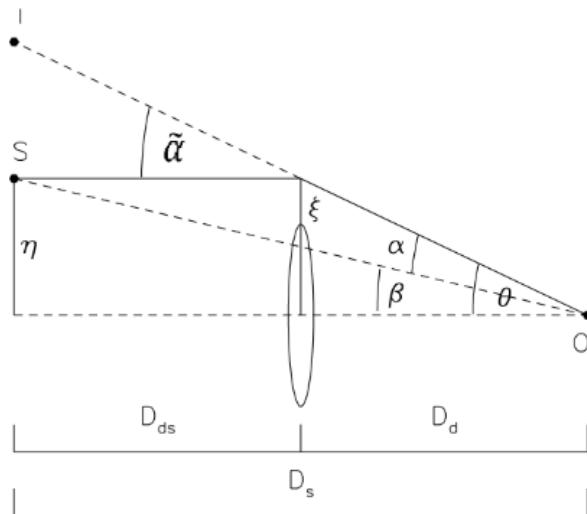


Рис.2 Схема приближения тонкой линзы. [3]

где \$S\$ - источник, \$O\$ - наблюдатель, \$I\$ - изображение.

Удобно ввести приведенный угол отклонения  $\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{D_{ls}}{D_s} \vec{\alpha}$ .

При этом справедливо уравнение

$$\vec{\theta} D_s = \vec{\beta} D_s + \vec{\alpha} D_{ds}$$

или переписанное с введенными обозначениями

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta})$$

Это уравнение гравитационной линзы, которое в общем случае может при фиксированном  $\beta$  давать несколько  $\theta$ , то есть несколько изображений. При условии, что поверхностная плотность постоянна, получаем для угла отклонения

$$\alpha(\theta) = \frac{4G}{c^2 \xi} \frac{D_{ds}}{D_s} (\Sigma \pi \xi^2) = \frac{4\pi G \Sigma}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \theta$$

Введем величину критической поверхностной плотности

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G D}$$

$$\text{где } D = \frac{D_d D_{ds}}{D_s}.$$

Критическая поверхностная плотность - важная характеристика системы. Если описывать протяженную гравитационную линзу с помощью скалярного потенциала:

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{D_{ds}}{D_d D_s} \frac{2}{c^2} \int \Phi(\xi(\vec{\theta}), x) dx$$

Обладающего следующими свойствами:

$$\vec{\nabla}_\theta \psi = D_d \vec{\nabla}_\xi \psi = \frac{D_{ds}}{D_s} \frac{2}{c^2} \int \vec{\nabla}_\perp \psi \Phi d$$

$$\Delta_\theta \psi = \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{2}{c^2} \int \Delta_\xi \Phi dx = \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{2}{c^2} 4\pi G \Sigma = 2 \frac{\Sigma(\vec{\theta})}{\Sigma_{cr}} = 2\kappa(\vec{\theta})$$

Возникает параметр сходимости, определяемый через критическую плотность:

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{\Sigma(\vec{\theta})}{\Sigma_{cr}}$$

Соответственно величины скалярного потенциала и угла отклонения можно переписать через параметр сходимости.

Для определения локальных свойств изображения используется матрица Якоби

$$A \equiv \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial \alpha_i(\vec{\theta})}{\partial \theta_j} \right) = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial \psi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)$$

Вводя обозначение:

$$\frac{\partial \psi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = \psi_{ij}$$

Приходим к тому, что сходимость выражается так:

$$\kappa = \frac{1}{2} (\psi_{11} + \psi_{22}) = \frac{1}{2} \operatorname{tr} \psi_{ij}$$

Учитывая, что компоненты тензора сдвига выражаются через  $\psi_{ij}$ :

$$\gamma_1(\vec{\theta}) = \frac{1}{2} (\psi_{11} - \psi_{22}) \equiv \gamma(\vec{\theta}) \cos(2\varphi(\vec{\theta}))$$

$$\gamma_2(\vec{\theta}) = \psi_{12} = \psi_{21} \gamma(\vec{\theta}) \sin(2\varphi(\vec{\theta}))$$

Матрица Якоби записывается в виде:

$$A = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ \gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & -\cos 2\varphi \end{pmatrix}$$

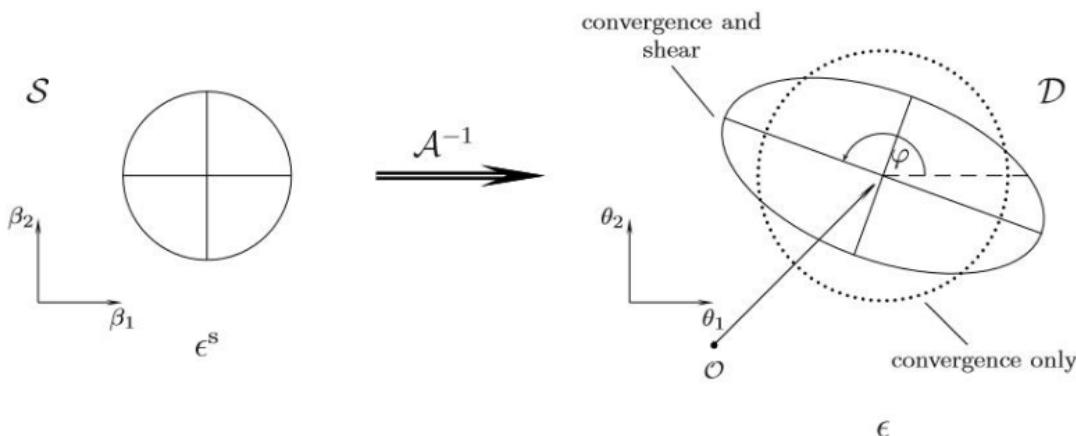


Рис.3 Схематичное изображение круглого источника.

Таким образом сходимость отвечает за увеличение изображение, величина  $\gamma$  - за модуль сдвига, а  $\varphi$  - за поворот.

Так как телесный угол изображения изменяется, то яркость также будет меняться. Коэффициент усиления:

$$\mu \equiv \det \mathbb{M} = \frac{1}{\det \mathbb{A}} = \frac{1}{(1-k)^2 - \gamma^2}$$

Где  $\mathbb{M}$  это тензор усиления.

Из уравнения:  $(1-k)^2 - \gamma^2 = 0$

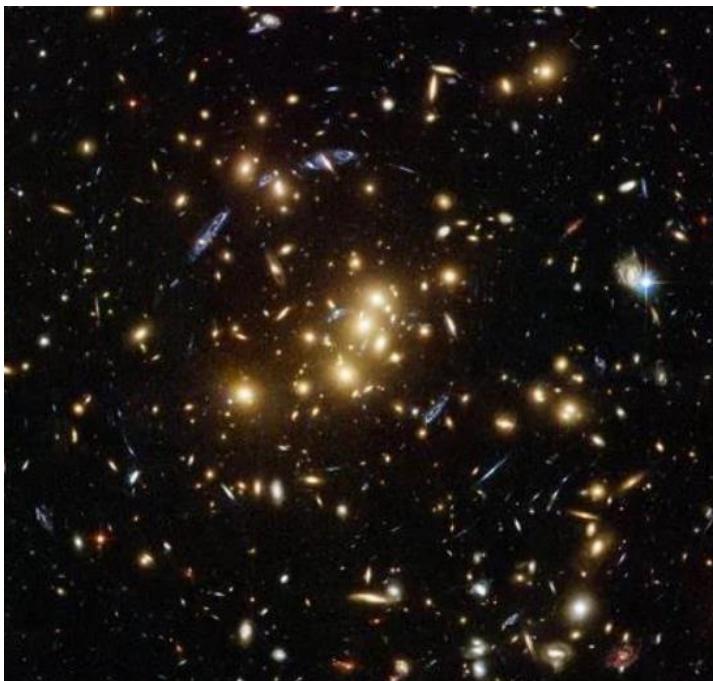
Получаются две кривые  $(1 - k + \gamma = 0)$  и  $(1 - k - \gamma = 0)$ , радиальная и тангенциальная соответственно. Изображения вблизи радиальной кривой растягиваются поперек нее, а изображения вблизи тангенциальной кривой растягиваются вдоль нее.[4]

## Виды линзирования

При сильном линзировании получаются множественные изображения, гигантские дуги, кольца Эйнштейна.



Рис.4 Кольцо Эйнштейна (NASA, ESA, C. Faure (Zentrum für Astronomie, University of Heidelberg) and J.-P. Kneib (Laboratoire d'Astrophysique de Marseille))



*Рис.5 Пример сильного гравитационного линзирования. Голубые дужки – изображения далеких галактик, искаженные при линзировании на близком скоплении галактик C1 0024+1654[6]*

При наблюдении сильного линзирования можно сделать оценку массы центральной части линзы, внутри радиуса Эйнштейна. В случае, когда есть несколько искаженных изображений, возможно подобрать модель массового распределения, используя алгоритм FastFourierTransform.

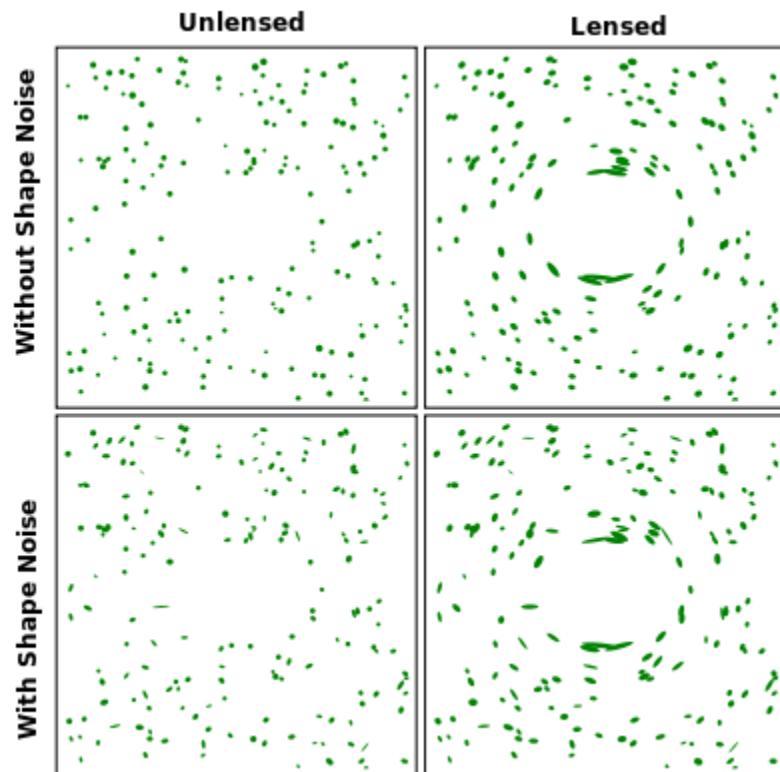
При слабом линзировании формируется одно слабо искаженное изображение. Анализ распределения массы проводится путем получения параметров искривления дужек. Как выяснилось ранее, изображение круглого источника переходит в эллипс с осями:  $a = \frac{r}{1-k-\gamma}$  и  $b = \frac{r}{1-k+\gamma}$ .

Тогда эллиптичность задается:

$$\epsilon = \frac{a-b}{a+b} = \frac{\gamma}{1-\kappa} \approx \gamma$$

То есть при слабом линзировании эллиптичность фактически измеряет сдвиг. Для определения распределения плотности массы существует метод Кайзера-Сквайерса, который заключается в том, что сдвиг и сходимость являются линейными комбинациями скалярного потенциала и по экспериментальному нахождению сдвига можно определить сходимость.

Фундаментальная проблема заключается в том, что галактики не являются по своей сути круглыми, поэтому их измеренная эллиптичность является комбинацией их внутренней эллиптичности и сдвига гравитационного линзирования. Как правило, собственная эллиптичность намного больше, чем сдвиг. Чтобы усреднить этот «шум формы», необходимо объединить измерения многих фоновых галактик.



*Рис.6 Наглядные модели изображений при слабом линзировании.[1]*

## **Определение разрешающей способности для наблюдения слабого линзирования.**

Используя профиль Наварро-Френка-Уайта[4]

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}$$

можно получить оценку смещения изображения для дальнейшего определения возможных источников данных для анализа параметров субгало.

$$\Delta\Theta = \frac{\xi_0}{D_L} \Delta = \frac{r_s}{D_L} \Delta$$

где  $\Delta = |\alpha(x)|$ , а

$$k_s = \frac{\rho_c \delta_c r_s}{\Sigma_{cr}} = \frac{D_L D_L S}{D_S c_0^2} \frac{10 H c^2}{\ln(1+c) - \frac{c}{1+c}} \sqrt[3]{10 G H M_{200}}$$

Для обнаружения слабого линзирования смещение изображения должно превышать разрешающую способность телескопа. [4]

В результате расчетов для объектов массой порядка  $10^7$  масс Солнца, найдено значение углового смещения  $\sim 10^{-7}$  угловой секунды. Для более массивных субгало угловое смещение может достигать порядка сотых секунды дуги.

Эти значения находятся в пределах разрешающей способности телескопа Gaia. Данные Gaia размещены в виде архива и доступны на портале ESA. Запросы к архиву Gaia организуются в соответствии со стандартами Виртуальной обсерватории с использованием языка ADQL (Astronomical Data Query Language) и протокола обращения TAP (Table Access Protocol).

Стоит заметить, что это только оценка сдвига, но для детектирования эффекта линзирования можно опираться на увеличение в тангенциальной составляющей изображения. Тогда количество подходящих объектов резко увеличивается, ведь удлинение дужек гораздо более заметный эффект. К тому для детектирования слабого линзирования можно сосредоточиться на более заметном сильном линзировании (кольца Эйнштейна, крест Эйнштейна), и в конусе обзора возможно найдутся объекты отстоящие от линзы на достаточном расстоянии, чтобы претерпевать именно слабое линзирование.

## Скопление Пули (1E 0657-56)

Пожалуй, самое известное непрямое доказательство существования темной материи было получено в 2006 году

астрономом Дугласом Клоуи, который тогда работал в университете Аризоны и занимался так называемым «скоплением Пули».

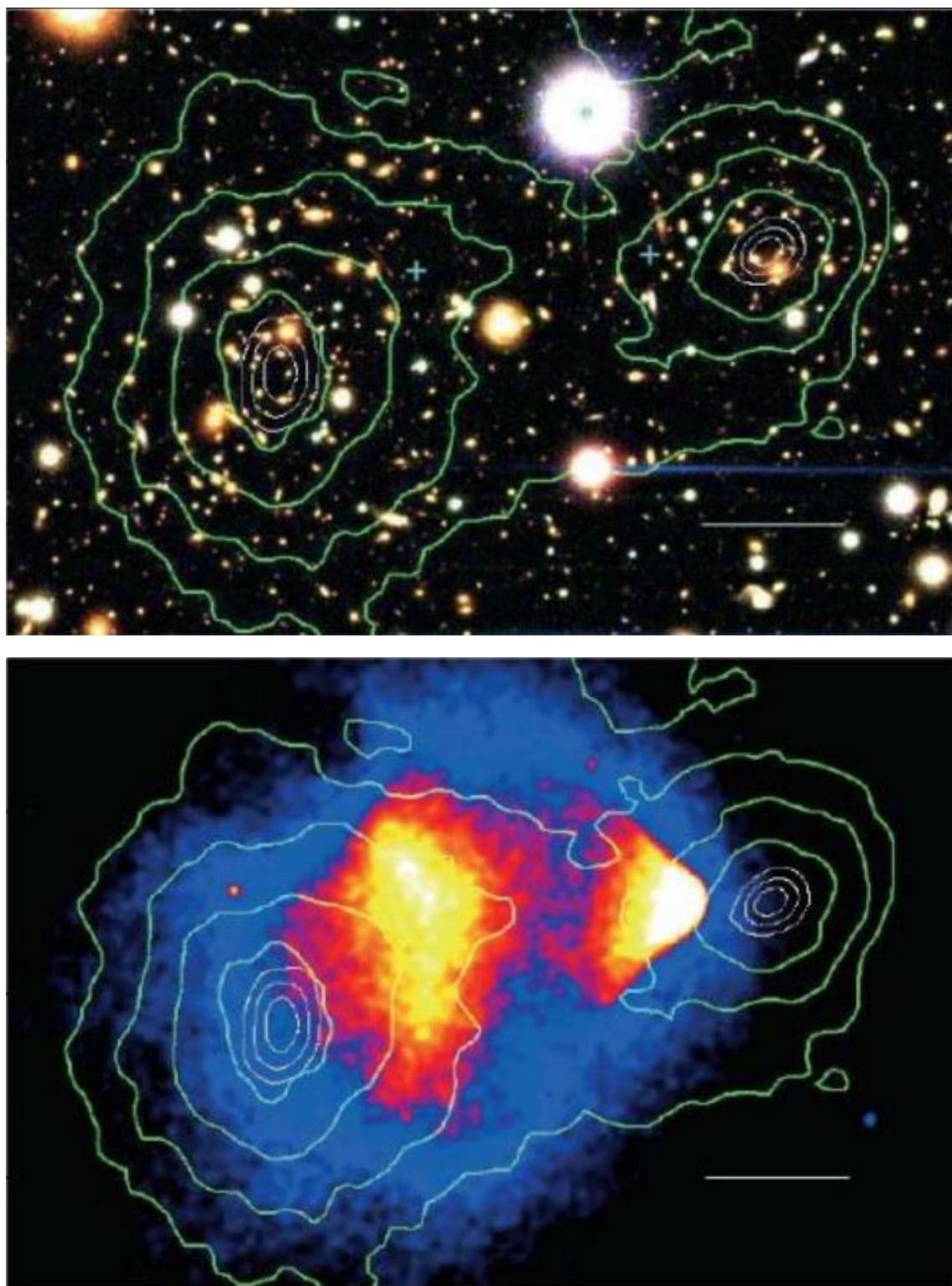


Рис. 7 Восстановление гравитационного потенциала по результатам статистического анализа и слабого гравитационного линзирования, Скопление Пули (1E 0657-56) [5]

Д. Клоуи наблюдал столкновение и разогрев межгалактического газа, ярко светящегося в рентгеновском диапазоне. Это позволило определить количество видимого вещества в скоплении. Видимый газ отмечен красным цветом, а темная материя голубым. Карты ее распределения были составлены на основании регистрации далеких галактик с использованием гравитационного линзирования. [7]

## Заключение

В работе рассмотрен механизм образования изображений при гравитационном линзировании, алгоритм, позволяющий обнаружить нужные для обработки объекты, построить распределение плотности. Приведена порядковая оценка смещения изображений, вызываемого линзированием на предполагаемых неоднородностях темной материи в гало Млечного пути в приближении сферической модели Наварро-Френка-Уайта, рассмотрен пример удачного восстановления гравитационного потенциала с помощью результатов слабого линзирования.

Сегодня гравитационное линзирование представляет собой мощный астрофизический инструмент для изучения удаленных объектов, распределения темной материи и крупномасштабной структуры Вселенной.

# **Список литературы**

- [1][https://star-wiki.ru/wiki/Weak\\_gravitational\\_lensing](https://star-wiki.ru/wiki/Weak_gravitational_lensing)
- [2]<https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/early-data-release-3>
- [3] [http://ppc.inr.ac.ru/uploads/674\\_Kukleva.pdf](http://ppc.inr.ac.ru/uploads/674_Kukleva.pdf)
- [4][http://ppc.inr.ac.ru/uploads/550\\_grlens%20\(1\).pdf](http://ppc.inr.ac.ru/uploads/550_grlens%20(1).pdf)
- [5] Douglas Clowe et al. The Astrophysical Journal, 648: L109 –L113, 2006 September 10
- [6] <http://hubble-site.org/gallery/album/>
- [7][http://kaf07.mephi.ru/eduroom/DM/DM\\_L5.pdf](http://kaf07.mephi.ru/eduroom/DM/DM_L5.pdf)