МГУ им. М. В. Ломоносова

Физический факультет

Распад ложного вакуума
в нестандартных потенциалах

Выполнил студент 213 группы

Джамалдинов Э. Ш.

Научные руководители:

к.ф.-м.н. Демидов Сергей Владимирович

к.ф.-м.н. Левков Дмитрий Геннадиевич

Введение

Туннелирование - переход частицы через потенциальный барьер в случае, когда её полная энергия меньше высоты барьера. Туннельные процессы — это явления квантовой природы, которые невозможны с точки зрения классической механики. Они лежат в основе многих важных процессов в атомной и молекулярной физике, в физике атомного ядра, твёрдого тела и т. д.

Ложный вакуум - состояние в теории поля, которое не является состоянием с глобально минимальной энергией, а соответствует её локальному минимуму. Такое состояние стабильно в течение определённого времени, но может «туннелировать» в состояние истинного вакуума.

Цель работы - изучить квазиклассический метод вычисления вероятности распада ложного вакуума с помощью отскокового решения. В данной работе будет исследован процесс распада на примере кусочно - гладких потенциалов.

Квазиклассическое описание распада ложного вакуума

Рассмотрим модель одного действительного скалярного поля в d - мерном пространстве - времени (d ≥ 3). Действие для такого поля выглядит следующим образом:

$$S = \int d^d x \left[\frac{1}{2} \left(\partial_\mu \varphi \right)^2 - V(\varphi) \right]$$

После замены $t = -i\tau$, с точностью до множителя i , получим евклидово действие:

$$S_E = \int d^d x \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) + V(\varphi) \right]$$

Варьируя, получим уравнения поля:

$$-\partial_\mu \partial^\mu \varphi + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$$

Требуется найти отскоковое решение этих уравнений, которое стремилось бы к ложному вакууму φ_- при $\tau \to \pm\infty$ и имело бы «точку поворота».

Квазиклассическое описание распада ложного вакуума

Рассматриваем гладкие сферически - симметричные поля $\varphi(r)$ с асимптотикой:

$$\varphi(r \to \infty) = \varphi_-$$

Рассматриваемые поля удовлетворяют требованиям:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0 \qquad \text{для всех } \mathbf{x}.$$

$$\varphi(\tau, \mathbf{x}) \to \varphi_- \quad \text{при} \quad \tau \to \pm\infty$$

Тогда уравнение поля примет вид:

$$\varphi'' + \frac{d-1}{r}\varphi' = \frac{\partial V}{\partial \varphi}$$

Примеры отскоковых решений

Пример №1

Рассмотрим теорию скалярного поля в 3 + 1 - мерном пространстве с потенциалом

$$V(\varphi) = -\frac{1}{4}\lambda\varphi^4$$

Получим уравнение

$$\varphi'' + \frac{3}{r}\varphi' = -\lambda\varphi^3$$

Решение будем искать в виде ряда по степеням r^2 . Проведя необходимые выкладки, получим решение, которое называется липатоном:

$$\varphi_{\text{л}}(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda}(\rho^2 + r^2)}$$

Вычислим евклидово действие на липатоне:

$$S_E = \frac{8\pi^2}{3\lambda}$$

Примеры отскоковых решений

Пример №2

Рассмотрим теорию скалярного поля в 3 + 1 - мерном пространстве в кусочно - гладком потенциале вида

$$V(\varphi) = \begin{cases} \lambda_- \varphi_0^3 \varphi + \frac{1}{4}\lambda_+ \varphi_0^4, & \varphi < 0 \\ \frac{1}{4}\lambda_+ \left(\varphi - \varphi_0\right)^4, & \varphi > 0 \end{cases}$$

$\varphi < 0$:

$$\varphi(r) = \frac{\lambda_- \varphi_0^3}{8} r^2 + C,\ C \in \mathbb{R}.$$

$\varphi > 0$:

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda_+}(\rho^2 - r^2)} + \varphi_0,$$

Примеры отскоковых решений

После сшивки:

$$\varphi(r) = \frac{\lambda_- \varphi_0^3}{8} r^2 - \varphi_0 \left(1 + \frac{\lambda_+}{\lambda_-}\right), \quad \varphi < 0$$

$$\varphi(r) = \frac{8\lambda_- \varphi_0}{8\lambda_+ - \lambda_-^2 \varphi_0^2 r^2} + \varphi_0, \qquad \varphi > 0$$

Вычислим евклидово действие:

$$S_E = \frac{16\pi^2}{3\lambda_-} \left(2 + \frac{\lambda_+}{\lambda_-}\right)^3 - \frac{8\pi^2 \lambda_+^3}{3\lambda_-^4}$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

<u>Пример №1</u>

Рассмотрим потенциал:

$$V(\varphi) = \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{1}{4}\lambda\varphi^4$$

Можно доказать, что в таком потенциале точного отскокового решения не существует.

Рассмотрим решения, которые при достаточно малых r близки к липатону с маленьким значением ρ ,то есть с маленьким размером $(m\rho \ll 1)$.

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

$r \gg \rho$

В данной области можно пренебречь слагаемым $-\frac{1}{4}\lambda\varphi^4$.

Уравнение поля:

$$\varphi'' + \frac{3}{r}\varphi' = m^2\varphi.$$

Решение:

$$\varphi(r) = \frac{C}{r}K_1(mr)$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

$r \ll m^{-1}$

В данной области вклад массового слагаемого действительно мал.

Уравнение поля:

$$\varphi'' + \frac{3}{r}\varphi' = -\lambda\varphi^3.$$

Решение:

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda}(\rho^2 + r^2)}$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

После сшивки:

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}m\rho}{\sqrt{\lambda}r} K_1(mr), \quad r \gg \rho$$

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda}(\rho^2 + r^2)}, \qquad r \ll m^{-1}$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

Решения в нулевом порядке по m^2 удалось сшить. Рассмотрим теперь решения в первом порядке по m^2.

В области сшивки:

$$\varphi(r) = \frac{C}{mr^2} + \frac{Cm}{2}\left(\ln\frac{mr}{2} + \gamma - \frac{1}{2}\right)$$

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda}r^2} + \frac{\sqrt{2}\rho m^2}{\sqrt{\lambda}}\ln\left(\frac{r}{\rho}\right) - \frac{3\rho m^2}{\sqrt{2\lambda}}$$

После сшивки константы не совпадут, значит, сшивка не выполнится. Отскоковое решение найти невозможно.

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

Модифицируем уравнения, добавив интегральную связь:

$$\int \varphi^3 d^4x = C$$

Применяя метод Лагранжа, получим экстремальное значение евклидова действия:

$$S_E^* = \int d^4x \left[\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi\right)^2 + \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{1}{4}\lambda\varphi^4 + L\varphi^3\right]$$

Уравнение поля:

$$\varphi'' + \frac{3}{r}\varphi' = m^2\varphi - \lambda\varphi^3 + 3L\varphi^2$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

Добавление связи влечет за собой появление поправки, которая в области сшивки будет иметь вид:

$$(\delta\varphi)_2 = \frac{L}{\lambda}$$

Тогда в области сшивки:

$$\varphi = \frac{2\sqrt{2}\rho}{\sqrt{\lambda}r^2} + \frac{\sqrt{2}m^2\rho}{\sqrt{\lambda}} \ln\left(\frac{r}{\rho}\right) - \frac{3m^2\rho}{\sqrt{2\lambda}} + \frac{L}{\lambda}$$

$$\varphi = \frac{C}{mr^2} + \frac{Cm}{2}\left(\ln\frac{mr}{2} + \gamma - \frac{1}{2}\right)$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

При $C = \frac{2\sqrt{2}m\rho}{\sqrt{\lambda}}, \; L \; = \; \sqrt{2\lambda}\rho m^2\left(\gamma + 1 + \ln\frac{\rho m}{2}\right)$ решения сошьются.

Отскоковое решение найдено.

Вычислим евклидово действие с учетом поправки:

$$S_E^* = \frac{8\pi^2}{3\lambda}\left[1 - \frac{3}{2}\rho^2 m^2 \ln\left(\rho^2 m^2\right)\right] + O\left(\rho^2 m^2\right)$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

<u>Пример №2</u>

Рассмотрим теорию скалярного поля с потенциалом вида

$$V(\varphi) = \begin{cases} -\dfrac{\lambda_-}{4}\left(\varphi^4 - \beta^3\varphi_0^4\right), & \varphi < \beta\varphi_0 \\ \dfrac{\lambda_+}{4}\left(\varphi - \varphi_0\right)^4, & \varphi > \beta\varphi_0 \end{cases}$$

где

$$\beta = \frac{\lambda_+^{1/3}}{\lambda_+^{1/3} + \lambda_-^{1/3}}\,.$$

Найдем решения в обеих областях потенциала и запишем их:

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho_-}{\sqrt{\lambda_-}\left(\rho_-^2 + r^2\right)}, \qquad \varphi < \beta\varphi_0$$

$$\varphi(r) = \frac{2\sqrt{2}\rho_+}{\sqrt{\lambda_+}\left(\rho_+^2 - r^2\right)} + \varphi_0, \qquad \varphi > \beta\varphi_0$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

Выполним сшивку в точке $\varphi = \beta\varphi_0$:

Из равенства значений имеем:

$$\rho_- = -\sqrt{\frac{\lambda_-}{\lambda_+}}\left(\frac{\beta}{\beta - 1}\right)^2 \rho_+$$

Из равенства производных имеем:

$$\rho_+ = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_+}\varphi_0\left(\beta - 1\right)^2\left[1 + \frac{\lambda_-}{\lambda_+}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)^4\right]}$$

Примеры потенциалов, в которых отсутствуют отскоковые решения

Можно показать, что квадрат радиуса, при котором поля одинаковы, равен:

$$r^2 = \rho_+^2 - \frac{2\sqrt{2}\rho_+}{\sqrt{\lambda_+}\varphi_0\,(\beta - 1)}.$$

Подставляя выражения для ρ_+ и β, получим, что сшивка возможна только при $r = 0$.

При $r > 0$, отскокового решения не существует.

Заключение

В данной работе был изучен квазиклассический метод вычисления вероятности распада ложного вакуума с помощью отскокового решения. Была рассмотрена теория скалярного поля в 3 + 1 - мерном пространстве на примере кусочно - гладких потенциалов, в которых найти отскоковое решение предложенным методом не удалось. Модификация уравнения наложением интегральной связи помогла сшить решения в различных областях, тем самым дав возможность получить отскоковое решение, на котором впоследствии было вычислено евклидово действие.

Список литературы

[1] Рубаков В. А., Классические калибровочные поля: Бозонные теории: Уч. п. Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: КомКнига, 2005. — 296 с.

[2] Mukhanov V. F., Rabinovici E., Sorin A. S. Quantum Fluctuations and New Instantons I: Linear Unbounded Potential.

[3] Mukhanov V. F., Rabinovici E., Sorin A. S. Quantum Fluctuations and New Instantons II: Quartic Unbounded Potential.

[4] Lipatov L. N., High energy asymptotics of multi-color QCD and exactly solvable lattice models, JETP Lett. 59 (1994) 596 - 599; Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 59 (1994) 571 - 574.

Спасибо за внимание!