

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
Физический факультет  
Кафедра физики частиц и космологии

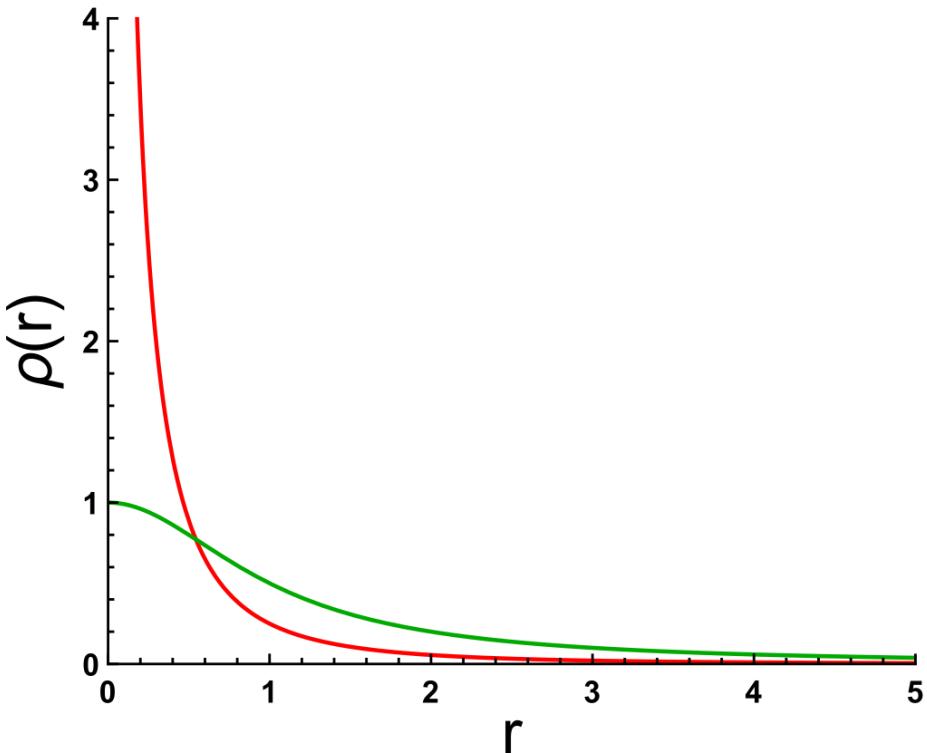
# ПРОПАДАЮЩАЯ ТЁМНАЯ МАТЕРИЯ

ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ 204 ГРУППЫ  
ШИНКЕВИЧ ЕГОР МАКСИМОВИЧ

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:  
ЧЛ.-КОРР. РАН, Д.Ф.-М.Н.,  
ГОРБУНОВ ДМИТРИЙ СЕРГЕЕВИЧ

Москва 2022

# Проблема каспов и нестабильная компонента



В рамках настоящей работы предлагается рассмотреть модель, где часть частиц тёмной материи распадается или аннигилирует в двух- или трёхчастичных процессах в галактике с темпом, зависящим от плотности материи, и оценить влияние такой компоненты на профиль плотности гало тёмной материи.

Источник: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cuspy\\_halo\\_problem](https://en.wikipedia.org/wiki/Cuspy_halo_problem)

# Распределение плотности

Чаще всего используются следующие модели:

Квазизотермическое гало:

$$\rho_h(r) = \frac{\rho_{h0}}{1 + \frac{r^2}{a^2}}$$

Модель БаркERTA:

$$\rho_h^B(r) = \frac{\rho_{h0}}{(\frac{r}{b})(1 + (\frac{r}{a})^2)}$$

Экспоненциальный профиль:

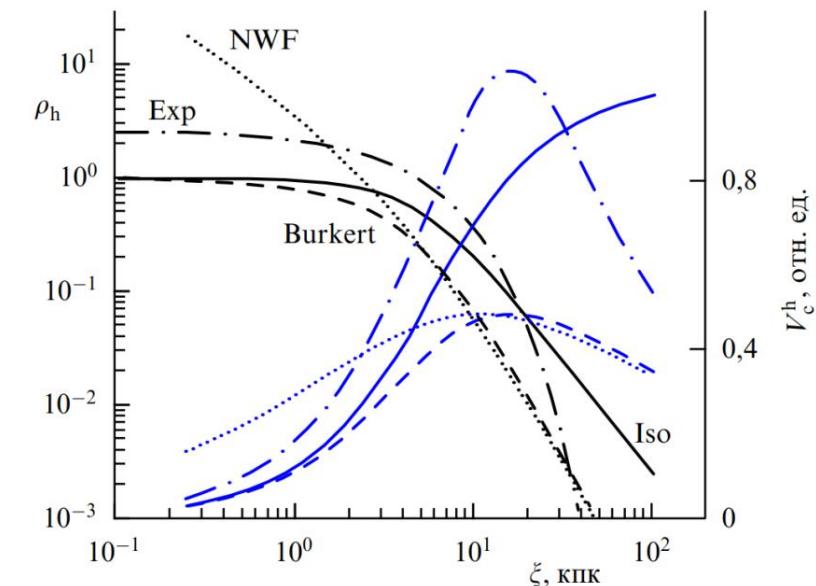
$$\rho_h(r) = \frac{M_h}{8\pi e b^3} \exp\left(-\frac{r}{b}\right)$$

Профиль Эйнасто:

$$\rho_h(r) = \rho_0 \exp\left[-\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha\right]$$

Профиль Наварро – Френка – Уайта:  $\rho_h^{NFW}(r) = \frac{\rho_{h0}}{(\frac{r}{r_s})(1 + \frac{r}{r_s})^2}$

Модель Наварро – Френка – Уайта (NFW), которая предложена на основе анализа космологических моделей формирования гало, является одной из наиболее используемых для описания распределения массы гало тёмной материи, так что предлагается модифицировать именно этот профиль



Сравнение различных профилей плотности  $\rho(r)$  сферических гало (масштаб гало  $a = 5$  кпк).  
Синими кривыми показаны соответствующие значения круговой скорости.  
Источник: Засов А В, Сабурова А С, Хоперсков А В, Хоперсков С А "Тёмная материя в галактиках"

# Основные уравнения

Для описания поведения нестабильной компоненты тёмной материи воспользуемся ньютоновой теорией тяготения и классической гидродинамикой.

Уравнение Пуассона:

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla(\rho\mathbf{v}) = q$$

Уравнение Эйлера:

$$\rho\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\rho\nabla\Phi$$

Записывая эти уравнения в сферических координатах, получим следующее:

Уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 4\pi G\rho$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\rho v_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\rho v_\phi)}{\partial \phi} = q$$

Уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} = - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r} v_\phi^2 = 0$$

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r} v_\phi v_\theta = 0$$

Выполняя простейшие преобразования и учитывая сферическую симметрию, приходим к следующей системе уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho r^2 v_r)}{\partial r} = q \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v_r}{\partial t} + r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - r v_\eta^2 \right) = -4\pi G \rho r^2 \\ \frac{\partial v_\eta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\eta}{\partial r} + \frac{v_r v_\eta}{r} = 0 \end{array} \right.$$

где  $v_\eta^2 = v_\theta^2 + v_\phi^2$  – поперечная скорость.

Данная система дифференциальных уравнений является основной, так как, выбирая соответствующие функции  $q$ , можно рассматривать интересующие нас процессы «пропадания» тёмной материи в галактике.

Однако аналитическое решение этой системы вызывает некоторые трудности, так что в настоящей работе предлагается решать её численно.

# Аннигиляция частиц тёмной материи

В случае аннигиляции частиц функция  $q$  имеет вид:

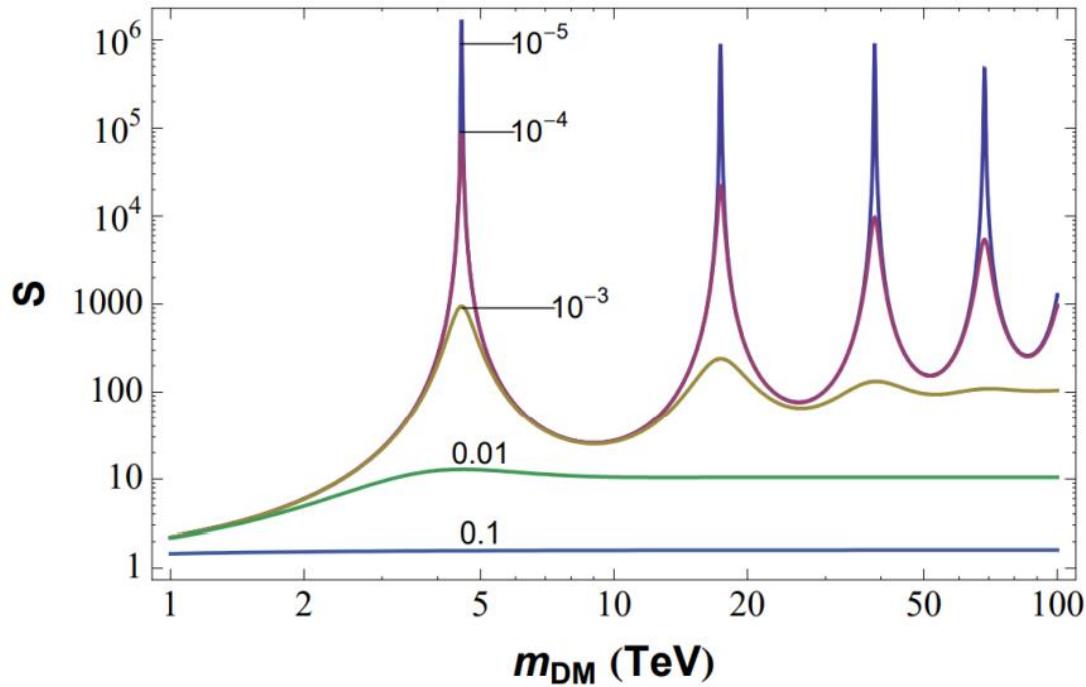
$$q = -\frac{\langle \sigma_{ann} v_{rel} \rangle}{m_{DM}} \rho^2$$

Выражение  $\langle \sigma v \rangle$  через относительную скорость двух частиц имеет вид:

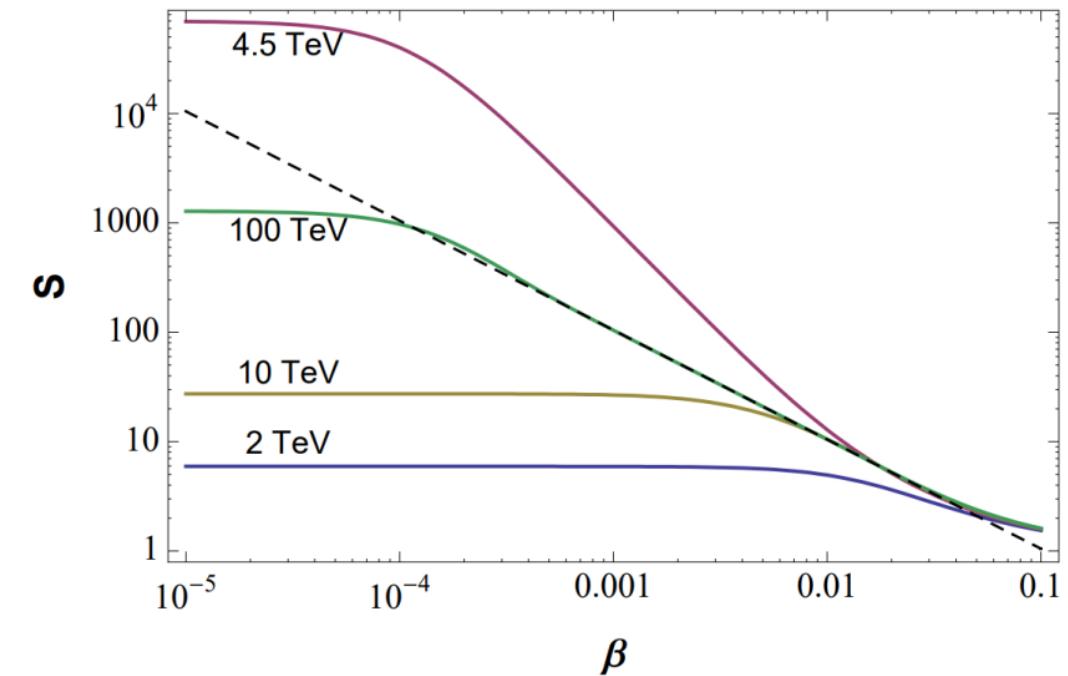
$$\langle \sigma v \rangle = a + bv^2 + cv^4 + \dots$$

Также в рамках текущей работы предлагается также рассмотреть усиление Зоммерфельда, заключающееся в возрастании сечения аннигиляции за счёт многократного обмена промежуточными бозонами. В кулоновском пределе (масса частицы-переносчика стремится к нулю) коэффициент усиления имеет вид:

$$S = \frac{\pi\alpha}{\beta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\pi\alpha}{\beta}\right) \right]^{-1}$$



Усиление Зоммерфельда как функция массы  
частиц тёмной материи для разных скоростей.  
Источник: Lattanzi M, Silk J Phys. Rev. D 79 083523

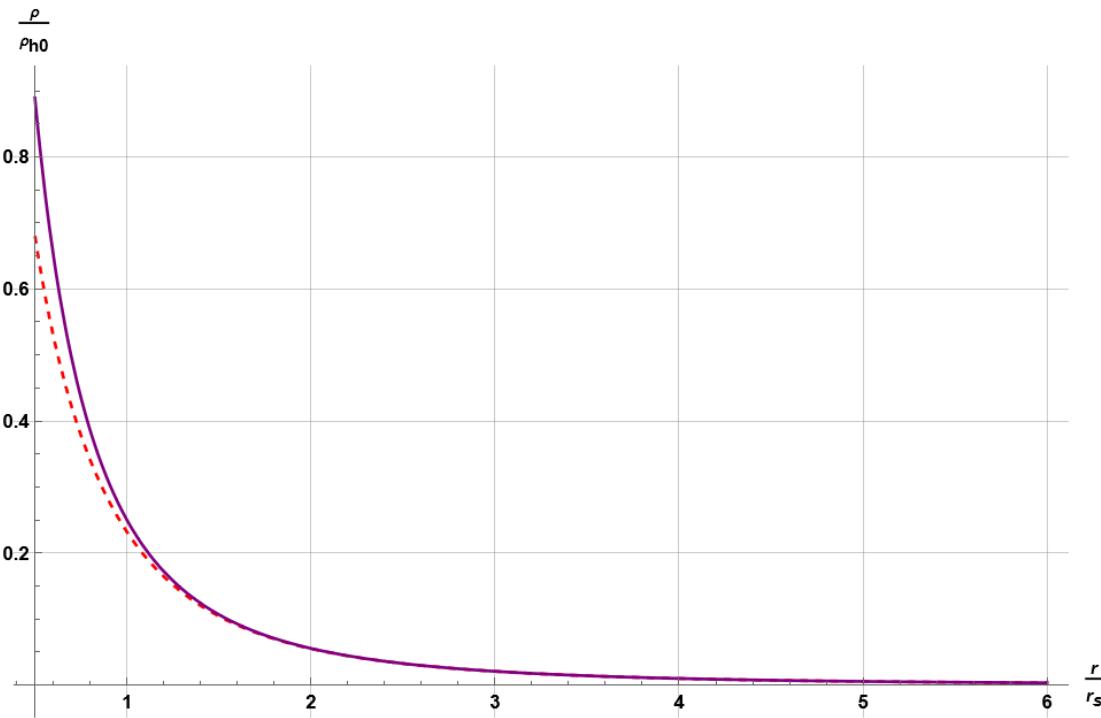


Усиление Зоммерфельда как функция скорости  
для различных масс частиц тёмной материи.  
Источник: Lattanzi M, Silk J Phys. Rev. D 79 083523

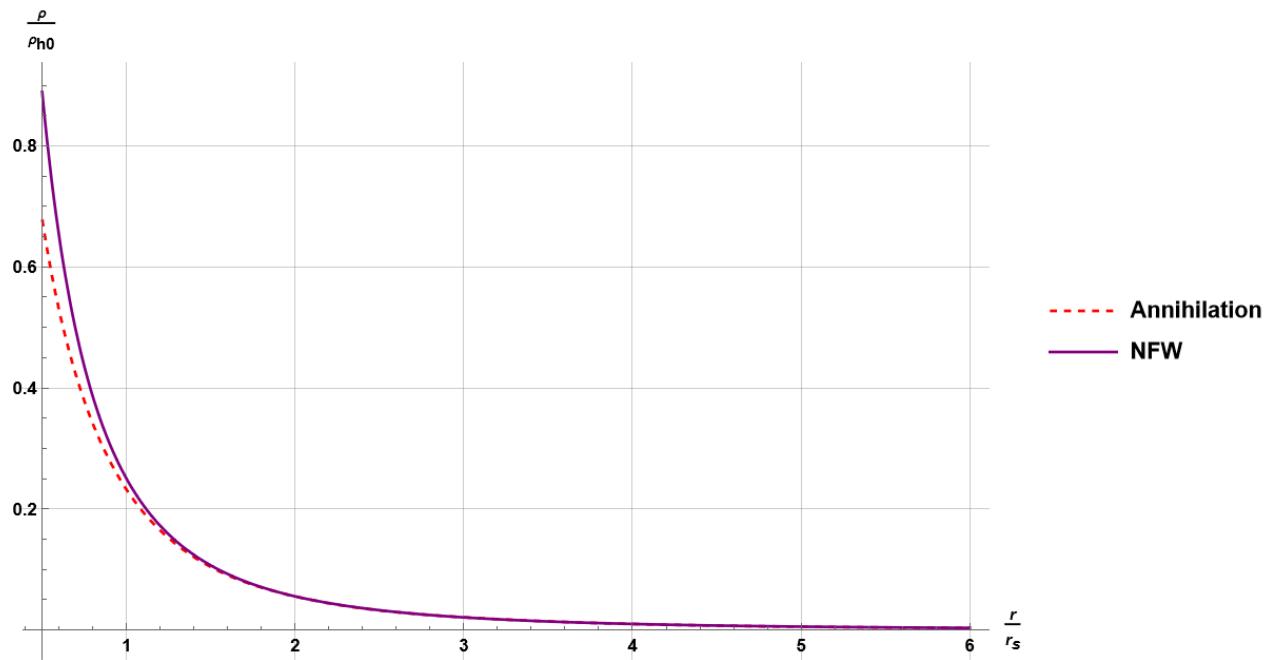
# Численный расчёт

Численное решение системы уравнений проведём для Малой Медведицы, являющейся карликовой галактикой,  $r_s = 0.6$  кпк,  $\rho_{h0} = 1.1 \times 10^8 M_\odot$  кпк $^{-3}$ , а также для Млечного Пути,  $r_s = 22$  кпк,  $\rho_{h0} = 10^6 M_\odot$  кпк $^{-3}$ .

Рассмотрим такое сечение, при котором изменение плотности за 10 миллиардов лет на расстоянии  $r = 0.5 \times r_s$  составляет 15%.

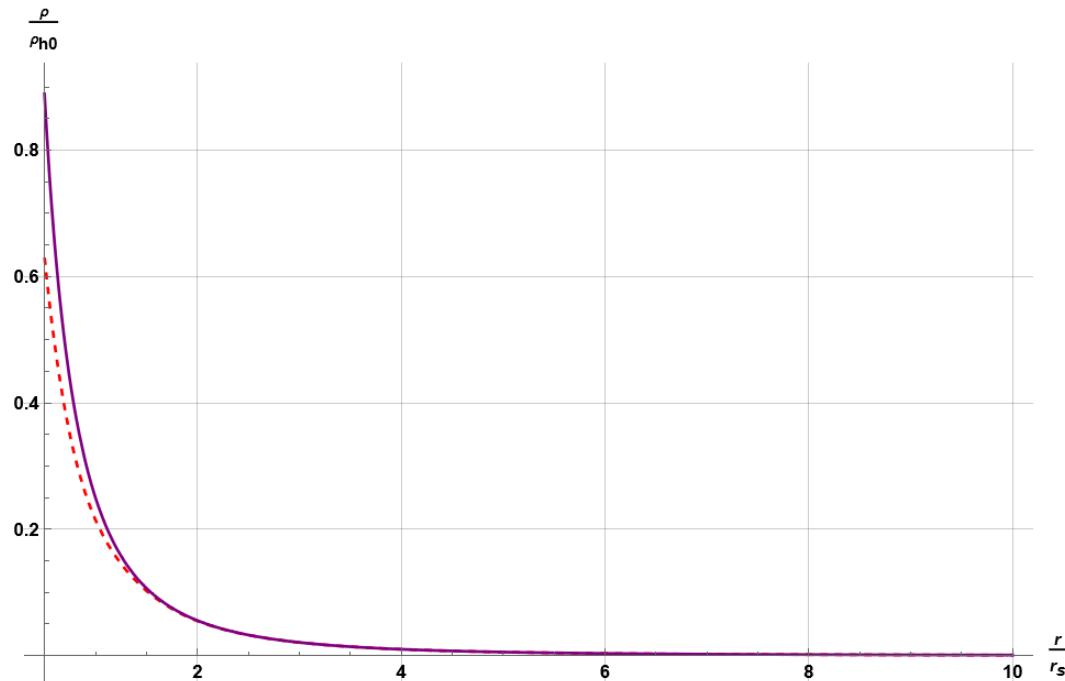


Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 9$  млрд. лет

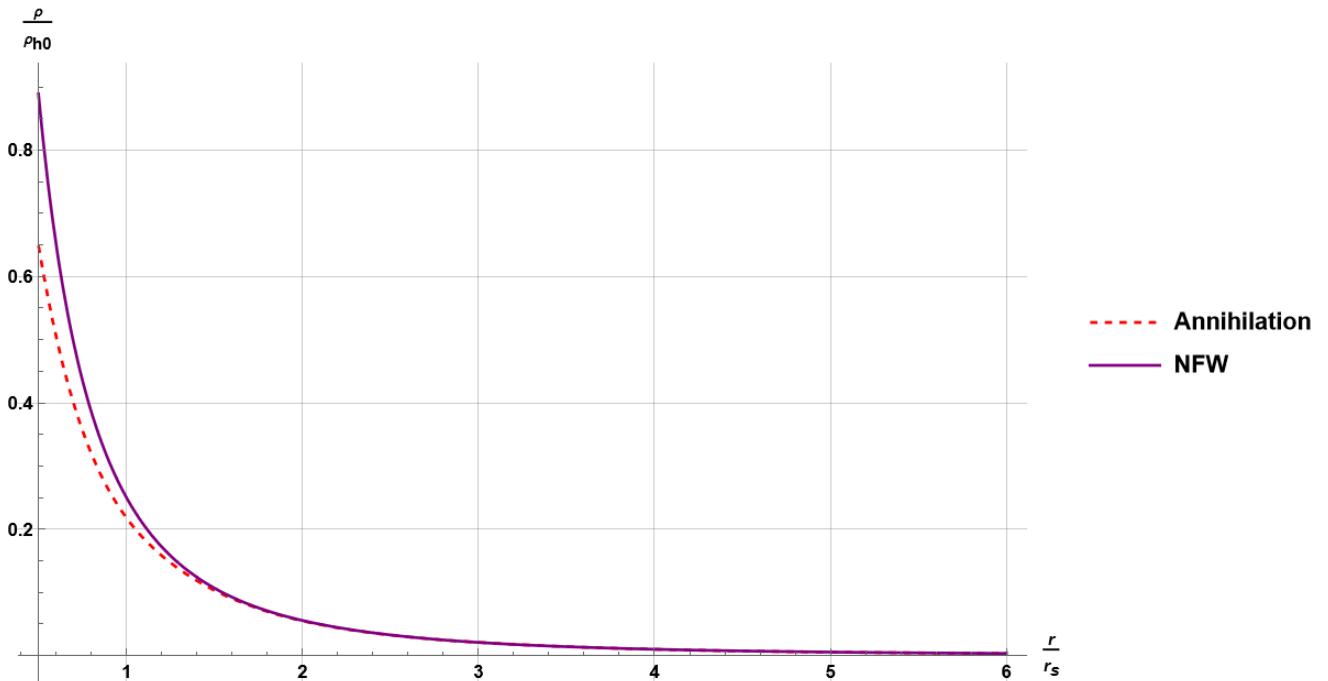


Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 9$  млрд. лет

Рассмотрим такое сечение, при котором изменение плотности за 10 миллиардов лет на расстоянии  $r = 0.5 \times r_s$  составляет 25%.

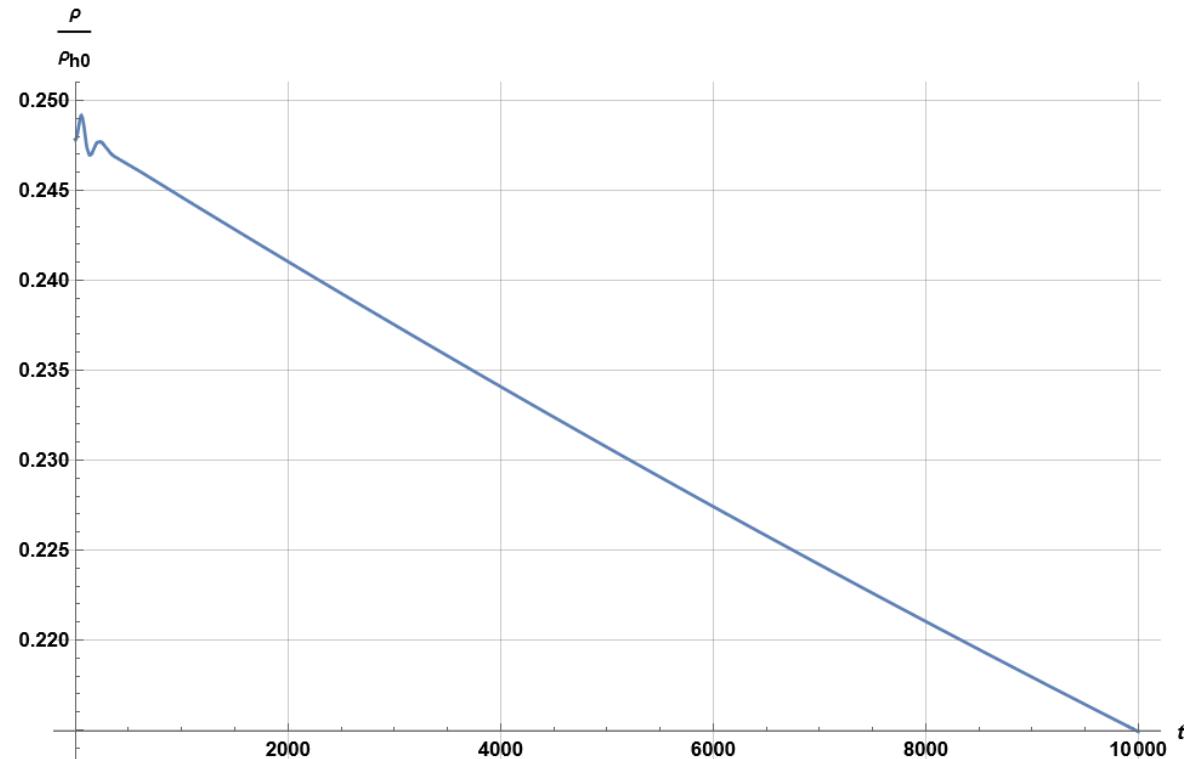


Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 10$  млрд. лет

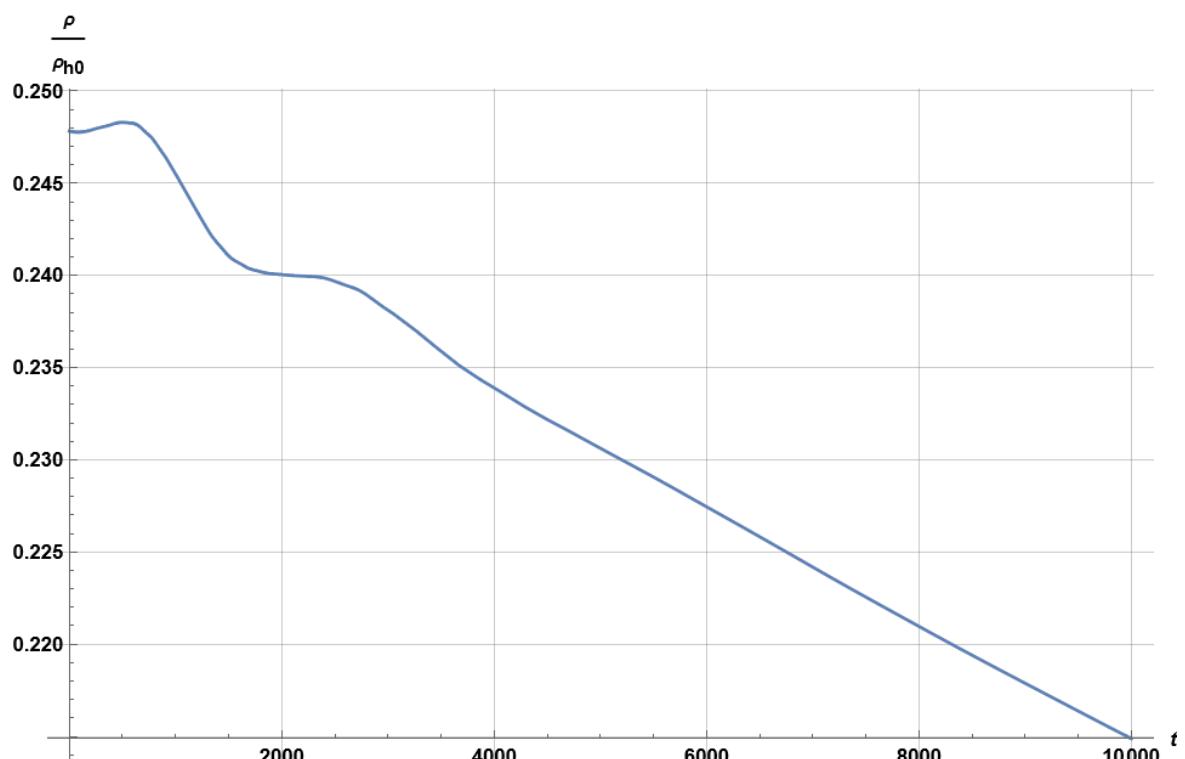


Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 9$  млрд. лет

При этом же сечении рассмотрим зависимость плотности от времени на определённом расстоянии от центра галактики.



Зависимость плотности от времени для Малой Медведицы  
на расстоянии  $r = r_s = 0.6$  кпк.

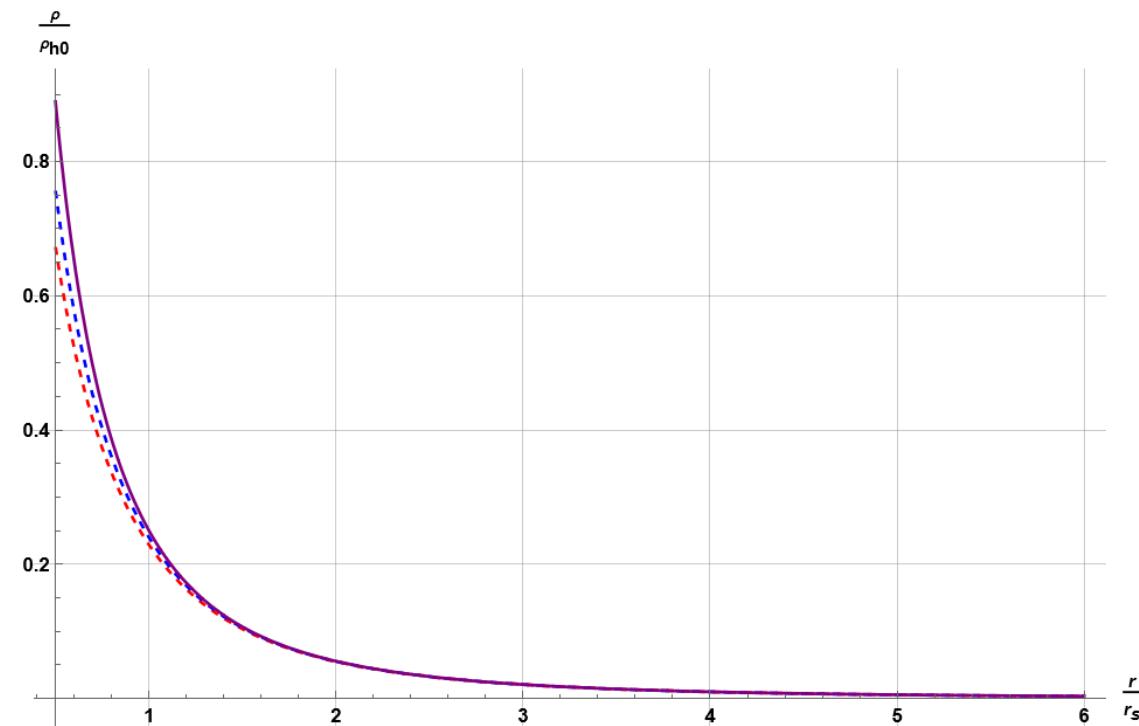


Зависимость плотности от времени для Млечного Пути  
на расстоянии  $r = r_s = 22$  кпк

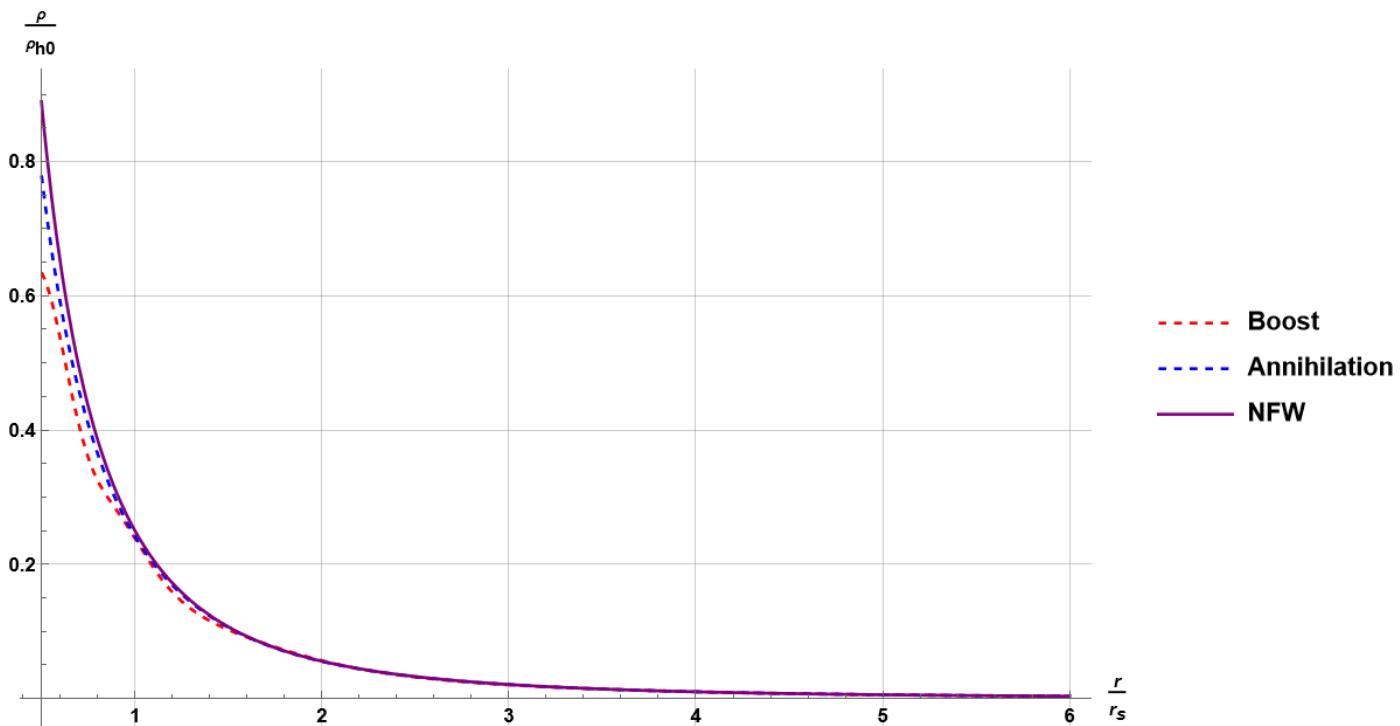
Теперь рассмотрим профиль плотности в случае, когда сечение включает в себя вклад как от  $s$ -волны, так и от  $p$ -волны. Тогда:

$$\langle \sigma v \rangle = a + bv^2$$

В качестве параметра  $a/m_{DM}$  выберем те же значения для сечения, что и в первом рассмотренном случае ( $\frac{\delta\rho}{\rho} = 15\%$ ). Параметр  $b/m_{DM} = 10^{-4}$ .



Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 5$  млрд. лет



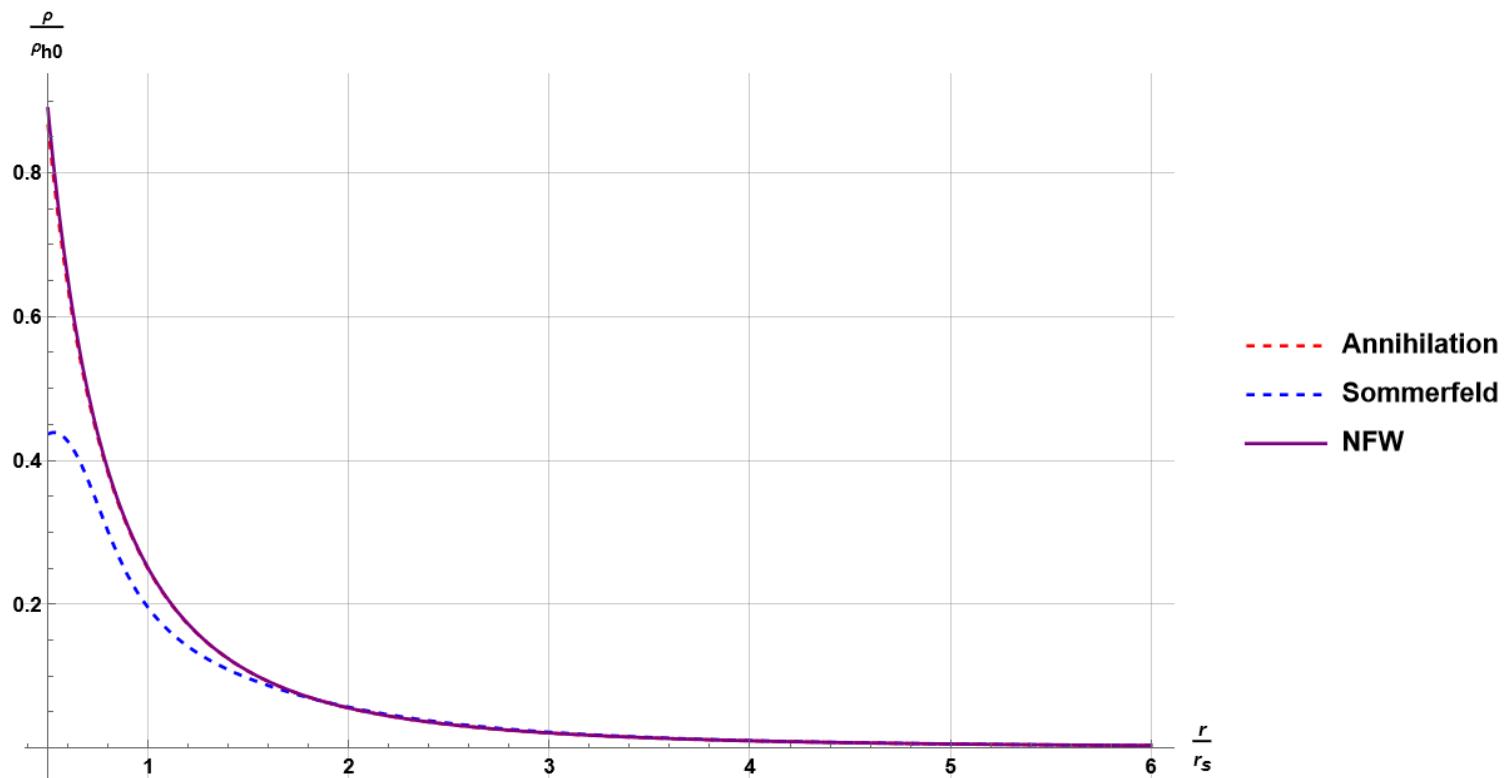
Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 4$  млрд. лет

Синей прерывистой линии соответствует профиль при аннигиляции без учёта вклада от  $p$ -волны,  
красной прерывистой линии соответствует профиль при аннигиляции с учётом вклада от  $p$ -волны

Теперь рассмотрим профиль плотности с усилением Зоммерфельда в кулоновском пределе:

$$S = \frac{\pi\alpha}{\beta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\pi\alpha}{\beta}\right) \right]^{-1}$$

Выберем  $\alpha = 1/30$ . Численное решение проведём для Малой Медведицы. В качестве начального сечения выберем такое, при котором изменение плотности за 10 миллиардов лет при  $r = 0.5 \times r_s$  составляет 1%.



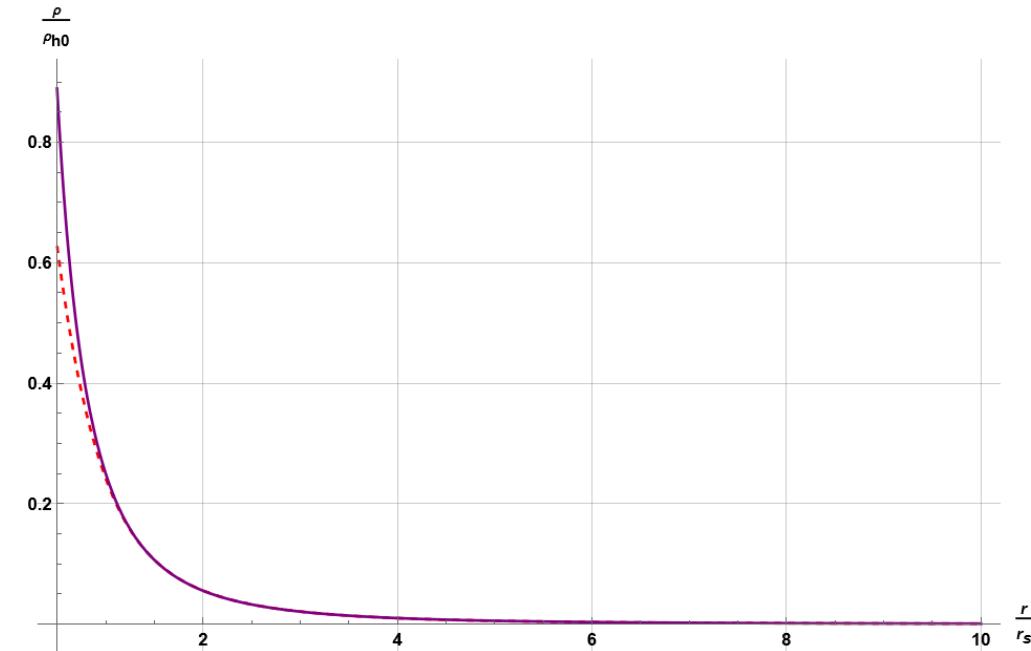
Профиль плотности для Малой Медведицы. Синей прерывистой линии соответствует профиль с аннигиляцией с усилением Зоммерфельда в момент времени  $t = 200$  млн. лет, красной прерывистой линии соответствует профиль с аннигиляцией без усиления в момент времени  $t = 10$  млрд. лет.

# Трёхчастичная аннигиляция

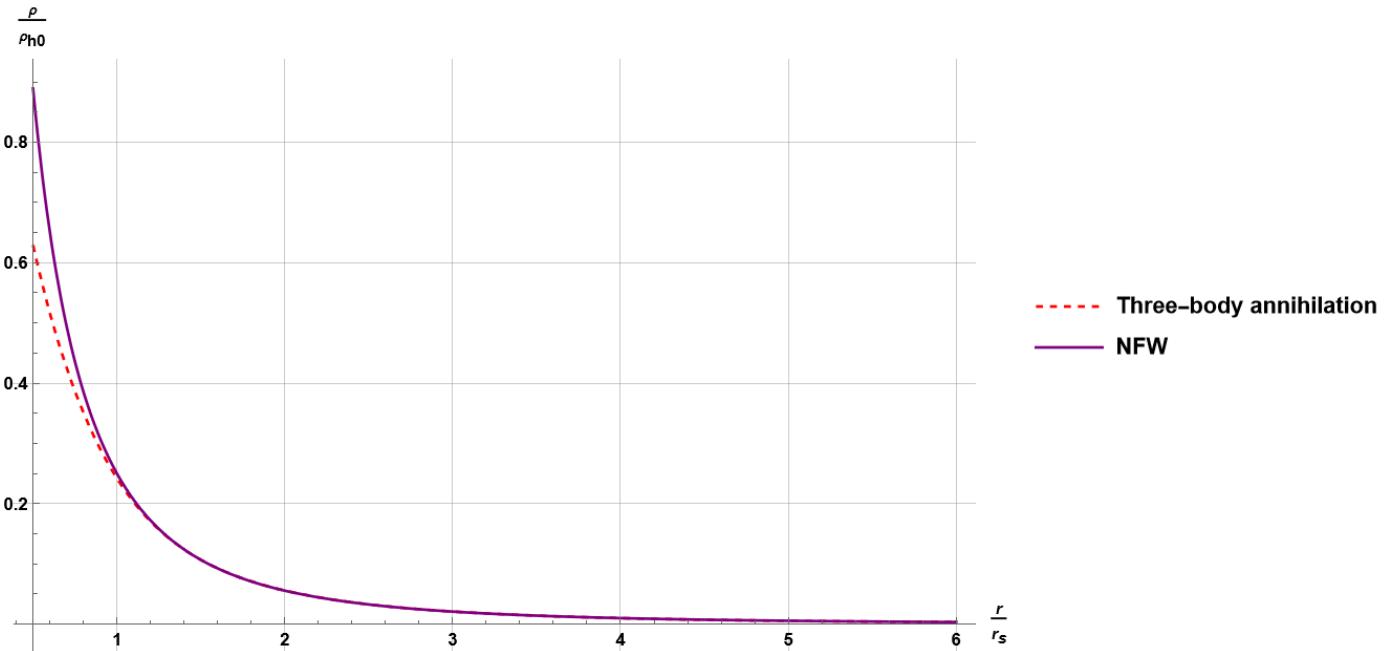
В случае трёхчастичной аннигиляции функция  $q$  имеет вид:

$$q = -B\rho^3$$

Численное решение проведём для Малой Медведицы и Млечного Пути с коэффициентом  $B$ , при котором изменение плотности за 10 миллиардов лет на расстоянии  $r = r_s$  составит  $\delta\rho/\rho = 25\%$ .



Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 10$  млрд. лет



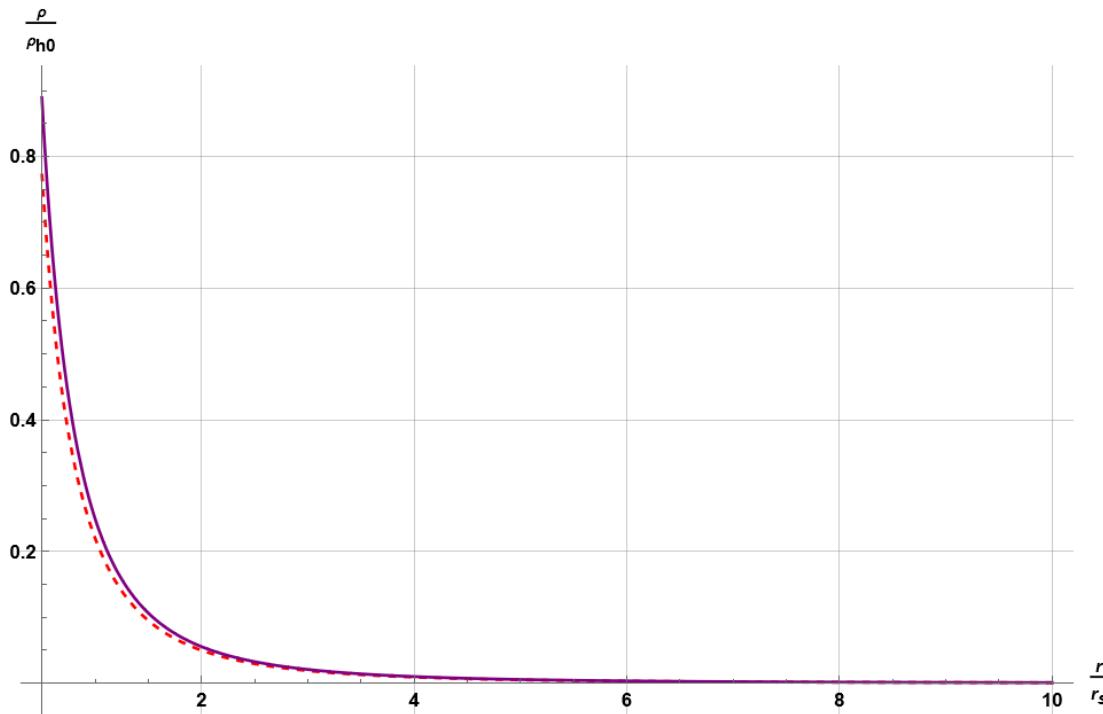
Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 10$  млрд. лет

# Распад частиц тёмной материи

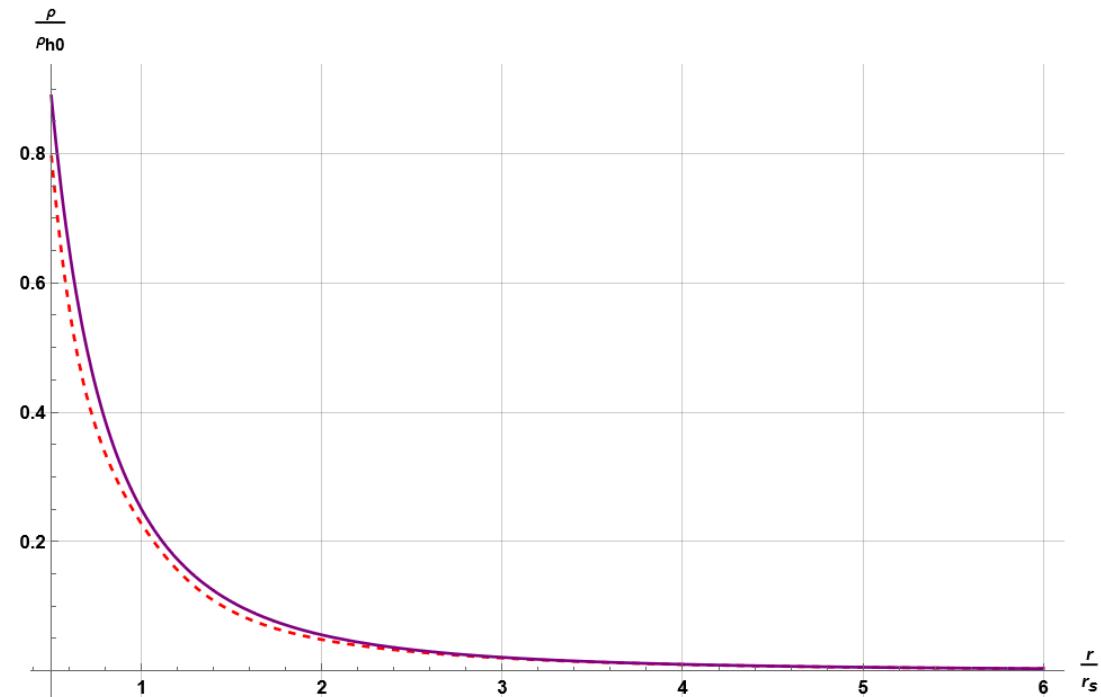
В случае распада функция  $q$  имеет вид:

$$q = -\Gamma \rho$$

Численное решение проведём при  $\Gamma = 2 \times 10^{-5}$  млн. лет $^{-1}$ .



Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 3$  млрд. лет



Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 3$  млрд. лет

Decay  
NFW

# ИТОГИ

В данной курсовой работе была рассмотрена модель, в которой частицы тёмной материи аннигилируют в двух- или трёхчастичных процессах или распадаются в галактике. Для двух- и трёхчастичной аннигиляции характерен более погодий участок вблизи центра гало. В случае же распада частиц тёмной материи профиль вблизи центра изменяется слабо.

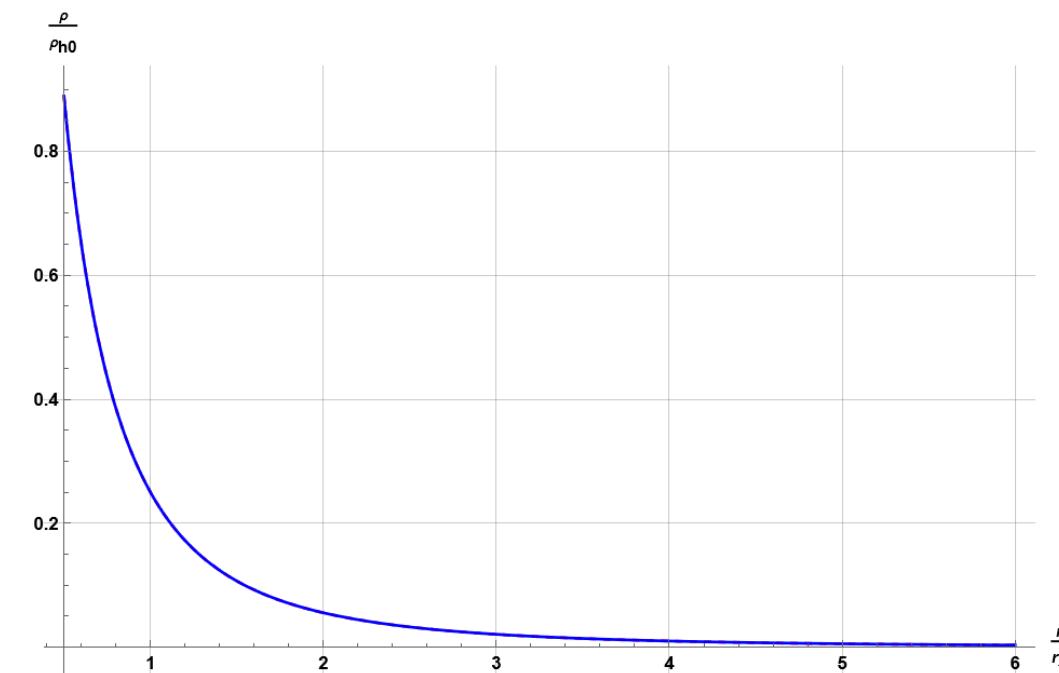
Также в работе было рассмотрено усиление за счёт эффекта Зоммерфельда и его влияние на изменение профиля тёмной материи. Оказалось, что в случае даже небольшого начального сечения аннигиляции, эффект Зоммерфельда позволяет увеличить его на несколько порядков, что значительно влияет на поведение нестабильной компоненты

# Список литературы

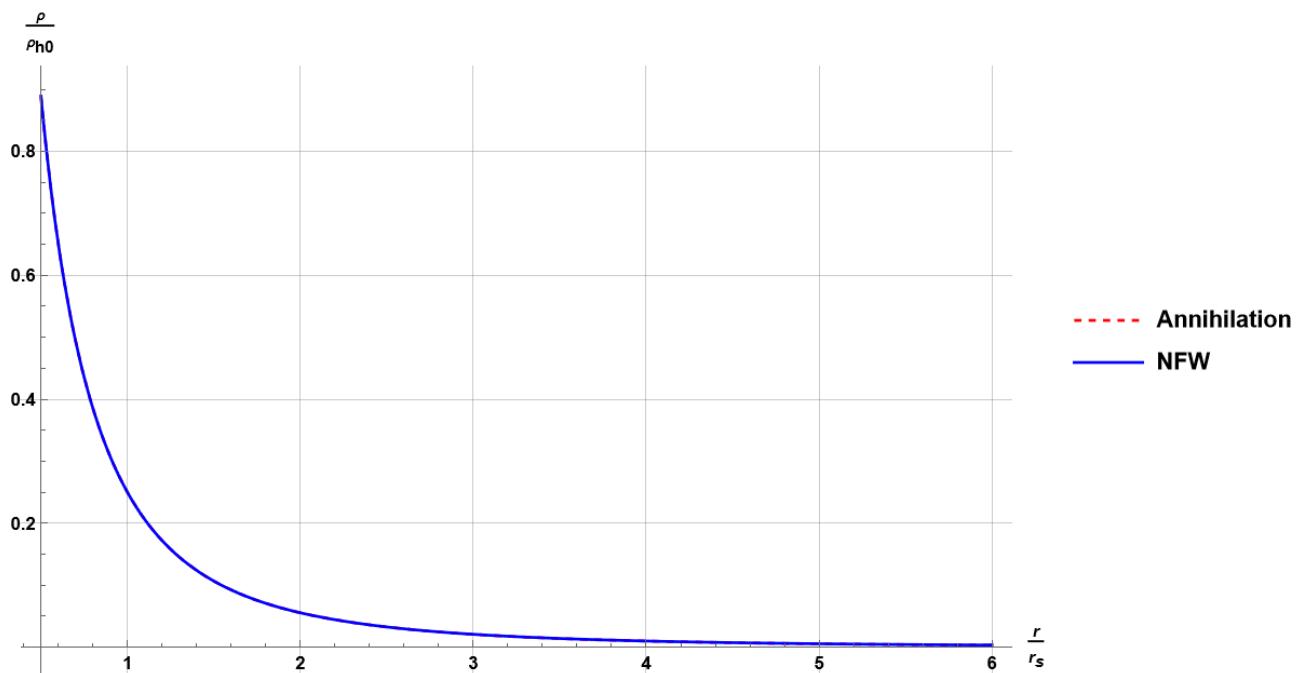
1. Navarro J F, Frenk C S, White S D M *Astrophys. J.* 490 493 (1997)
2. Burkert A *Astrophys. J. Lett.* 447 L25 (1995)
3. Fux R *Astron. Astrophys.* 327 983 (1997)
4. Засов А В, Сабурова А С, Хоперсов А В, Хоперсов С А "Тёмная материя в галактиках" УФН 187 3–44 (2017)
5. Березинский В С, Докучаев В И, Ерошенко Ю Н "Мелкомасштабные сгустки тёмной материи" УФН 184 3–42 (2014)
6. Brant R, Andrew Z *Phys. Rev. D* 79 083525 (2009)
7. Lattanzi M, Silk J *Phys. Rev. D* 79 083523 (2009)

# Дополнение

Также было интересно рассмотреть, изменение профиля плотности в случае сечения аннигиляции, предсказанного из результатов экспериментов PAMELA и ATIC.



Профиль плотности для Малой Медведицы в момент времени  $t = 10$  млрд. лет



Профиль плотности для Млечного Пути в момент времени  $t = 10$  млрд. лет

Annihilation  
NFW