СУПЕРСИММЕТРИЧНОЕ ВЫСШЕСПИНОВОЕ BF ДЕЙСТВИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ AdS2

Хайруллин Бари Рустамович
н.р.: д.ф.-м.н Алкалаев Константин Борисович

МГУ имени М. В. Ломоносова

30 мая 2022 г.

Цели работы:

- построение явного формализма распаковки для мультиспиноров
- развитие твисторного формализма
- вывод высшеспиновой динамики через твисторный формализм

Итоги работы:

- D
- получены алгебраические соотношения на компенсатор и поперечные тензоры
- бесконечная система уравнений взаимодействующих бозонных полей с растущими массами

Вложение $o(1,1) \subset sl(2)$

- $o(1,1) \subset o(2,1) \approx sl(2)$
- $V_A \perp o(1,1), \quad V_A V^A = 1, \quad V_A F^{A(k)} = 0$
- $\mathscr{D} V^A = 0, \quad V_A e^A = 0, \quad \mathscr{D}^2 F^{A(k)} = k\lambda^2 e^A e^B F_B^{A(k-1)}$

Вложение $o(1,1) \subset sl(2)$

$$o(2,1) : [T_A, T_B] = -2\epsilon_{ABC} T^C$$
$$sl(2) : [T_{\alpha\beta}, T_{\gamma\rho}] = \epsilon_{\alpha\gamma} T_{\beta\rho} + \epsilon_{\beta\rho} T_{\alpha\gamma} + \epsilon_{\alpha\rho} T_{\beta\gamma} + \epsilon_{\beta\gamma} T_{\alpha\rho}$$

$$F^{\alpha\beta} = F^A (\tau_A)^{\alpha\beta}, \qquad (1)$$

$$\tau_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (2)$$
$$\tau_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вложение $o(1,1) \subset sl(2)$

$$T^{\alpha} = \epsilon^{\alpha\beta} T_{\beta} \tag{3}$$

$$T_{\alpha} = T^{\beta} \epsilon_{\beta\alpha} \tag{4}$$

$$\epsilon_{\alpha\gamma} \epsilon^{\beta\gamma} = \delta_{\alpha}^{\beta} \tag{5}$$

$$F^{\alpha\beta} G_{\alpha\beta} = -2 F^{A} G_{A} \tag{6}$$

$$F^{\alpha\beta} F_{\beta\gamma} = -\delta_{\gamma}^{\alpha} F^{A} F_{A} \tag{7}$$

Соотношения на мультиспиноры

$V^{\beta\beta}V^{\gamma\gamma}$:

$$\left(\boxed{\beta}\boxed{\beta}\otimes\boxed{\gamma}\boxed{\gamma}\right)_{sym}=\boxed{\beta}\boxed{\beta}\boxed{\gamma}\boxed{\gamma}\oplus\begin{array}{|c|c|}\hline \beta&\beta\\\hline \gamma&\gamma\\\hline\end{array} \tag{8}$$

$$V_{\beta\beta}V_{\gamma\gamma}=V_{\beta\gamma}V_{\beta\gamma}-\epsilon_{\beta\gamma}\epsilon_{\beta\gamma} \tag{9}$$

$$V_{\beta\gamma}V_{\beta\gamma}F^{\gamma\gamma}=F_{\beta\beta} \tag{10}$$

$$V_{\alpha\alpha}[e^{\alpha\alpha}c^{\alpha(k)}]=V_{\alpha\alpha}[V^{\alpha}_{\beta}V^{\alpha}_{\beta}e^{\beta\beta}c^{\alpha(k)}] \tag{11}$$

$$\Downarrow$$

$$V_{\beta\beta}e^{\beta\alpha}c^{\beta\alpha(k-1)}=-V^{\beta\alpha}e_{\beta\beta}c^{\beta\alpha(k-1)} \tag{12}$$

Соотношения на мультиспиноры

$e^{\beta\beta} \wedge e^{\gamma\gamma}, \quad \omega^{\beta\beta|\gamma\gamma}$:

$$\left(\begin{array}{|c|c|}\hline \alpha & \alpha \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|}\hline \beta & \beta \\ \hline \end{array}\right)_{asym} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \alpha & \alpha & \beta \\ \hline \beta & \multicolumn{2}{c}{} \\ \cline{1-1} \end{array} \tag{13}$$

$$\mathscr{D}^2 c^{\alpha(k)} = -\frac{k\lambda^2}{2} e^{\alpha\alpha} e_{\beta\beta} c^{\beta\beta\alpha(k-2)} \tag{14}$$

Формализм распаковки

$$C(x) = \{c, c^{\alpha}, \dots c^{\alpha(k)}, \dots\} \tag{15}$$

$$(DC)^{\alpha(k)} = 0 \tag{16}$$

D:

- линейность
- сохранение поперечности
- для некоторой цепочки T из тензорных форм p - форм $T^{A(k)}_{(p)}$ выполняется

$$(DT)^{\alpha(k)}_{(p+1)} = D\left[T^{\alpha(k-2)}_{(p)}; T^{\alpha(k)}_{(p)}; T^{\alpha(k+2)}_{(p)}\right] \tag{17}$$

- $D^2 T = 0$

Формализм распаковки

$$D = \sigma_- + \mathscr{D} + \sigma_0 + \sigma_+ \tag{18}$$

Формализм распаковки

$$(\sigma_- T)^{\alpha(k-2)}_{(p+1)} = e_{\beta\beta} T^{\beta\beta\alpha(k-2)}_{(p)} \tag{19}$$

$$(\sigma_+ T)^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} = f(k)\left[F^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} + G^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} + H^{\alpha(k+2)}_{(p+1)}\right] \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
F^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} &= e^{\alpha\alpha} T^{\alpha(k)}_{(p)} \\
G^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} &= \frac{k}{k+1} V^{\alpha\alpha} V_{\beta\beta} e^{\beta\alpha} T^{\beta\alpha(k-1)}_{(p)} \\
H^{\alpha(k+2)}_{(p+1)} &= \frac{k-1}{4(k+1)} V^{\alpha\alpha} V^{\alpha\alpha} e^{\beta\beta} T^{\alpha(k-2)}_{(p)\beta\beta}
\end{aligned}$$

Формализм распаковки

$$(\sigma_0 T)^{\alpha(k)}_{(p+1)} = \phi(k)\left[V^{\alpha\alpha}e^{\beta\beta}T^{\alpha(k-2)}_{(p)\beta\beta} + 2V_{\beta\beta}e^{\beta\alpha}T^{\beta\alpha(k-1)}_{(p)}\right] \tag{21}$$

Для бозонов $(k \in 2\mathbb{N})$

$$V^{\alpha\alpha}e^{\beta\beta}T^{\alpha(k-2)}_{(p)\beta\beta} = -2V_{\beta\beta}e^{\beta\alpha}T^{\beta\alpha(k-1)}_{(p)} \tag{22}$$

Формализм распаковки

$$\sigma_-^2 = 0 \tag{23}$$

$$\{\sigma_-, \mathscr{D}\} + \{\sigma_-, \sigma_0\} = 0 \tag{24}$$

$$\mathscr{D}^2 + \sigma_0^2 + \{\sigma_-, \sigma_+\} + \{\mathscr{D}, \sigma_0\} = 0 \tag{25}$$

$$\{\mathscr{D}, \sigma_+\} + \{\sigma_0, \sigma_+\} = 0 \tag{26}$$

$$\sigma_+^2 = 0 \tag{27}$$

Формализм распаковки

$$\{\sigma_-, \sigma_0\} = 0 \tag{28}$$

$$\mathscr{D}^2 + \sigma_0^2 + \{\sigma_-, \sigma_+\} = 0 \tag{29}$$

$$\{\sigma_0, \sigma_+\} = 0 \tag{30}$$

Формализм распаковки

$$\phi(2k+1) = 2\phi(1)\frac{2k+1}{2k+2} \tag{31}$$

$$f(k) = \frac{\lambda^2}{8}k(k+2) + f_0 \tag{32}$$

Для фермионов:

$$f_0 = 4\phi^2(1) + \frac{\lambda^2}{8} \tag{33}$$

Формализм распаковки

$$(DC)^{\alpha} = 0 \tag{34}$$

$$V^{\alpha\beta}\mathscr{D}_{\beta\beta}c^{\beta} + m_f c^{\alpha} = 0 \tag{35}$$

$$\phi(1) = m_f\,. \tag{36}$$

Формализм распаковки

$$(DC)^{\alpha(0)} = 0 \tag{37}$$

$$(DC)^{\alpha(2)} = 0 \tag{38}$$

$$(\mathscr{D}_{\beta\beta}\mathscr{D}^{\beta\beta} + m_b^2)c = 0 \tag{39}$$

$$f_0 = -\frac{m_b^2}{3} \tag{40}$$

Алгебра осцилляторов

$$[\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta] = 2i\epsilon_{\alpha\beta} \tag{41}$$

$$\hat{T}_{\alpha\beta} = \frac{1}{4i}\{\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta\} \tag{42}$$

$$[\hat{T}_{\alpha\beta}, \hat{T}_{\gamma\rho}] = \hat{T}_{\alpha\gamma}\epsilon_{\beta\rho} + \hat{T}_{\beta\gamma}\epsilon_{\alpha\rho} + \hat{T}_{\alpha\rho}\epsilon_{\beta\gamma} + \hat{T}_{\beta\rho}\epsilon_{\alpha\gamma}. \tag{43}$$

Универсальная обёртывающая

$$B = \bigoplus_{k=0}^{\infty} B_k = \sum_{k=0}^{\infty} B^{\alpha_1 \dots \alpha_k} \hat{q}_{\alpha_1} \dots \hat{q}_{\alpha_k} \tag{44}$$

$$B = \sum_{k=0}^{\infty} B^{\alpha_1 \dots \alpha_k} q_{\alpha_1} \dots q_{\alpha_k} \tag{45}$$

Твистованная ковариантная производная

$$\hat{\nabla} B = dB + [\![W, B]\!]_* = 0 \tag{46}$$

$$\mathscr{D} B + e^{\beta\gamma}\{P_{\beta\gamma}, B\}_* = 0 \tag{47}$$

Цепочка уравнений

$$\mathscr{D} B_k + E_+ B_{k-2} + E_- B_{k+2} = 0 \tag{48}$$

$$E_+ = -ie^{\beta\gamma} q_\beta q_\gamma \tag{49}$$

$$E_- = ie_{\beta\gamma} \frac{\partial}{\partial q_\beta} \frac{\partial}{\partial q_\gamma} \tag{50}$$

Цепочка уравнений

$$B_k = \sum_{2p+m=k} (T_+)^p C_{(p)m} \tag{51}$$

$$T_+ = \frac{1}{2} V^{\beta\gamma} q_\beta q_\gamma \tag{52}$$

$$T_- = \frac{1}{2} V^{\beta\gamma} \frac{\partial}{\partial q_\beta} \frac{\partial}{\partial q_\gamma} \tag{53}$$

$$T_- C_{(p)k} = 0 \tag{54}$$

Цепочка уравнений

$$\pi_+ C_{(p)m} = -i \frac{(\sigma_+ C_{(p)})^{\alpha(m+2)}}{f(m)} (q_\alpha)^{m+2} \tag{55}$$

$$\pi_- C_{(p)m} = i(\sigma_- C_{(p)})^{\alpha(m-2)} (q_\alpha)^{m-2} = \frac{1}{m(m-1)} E_- C_{(p)m} \tag{56}$$

Для бозонов:

$$\pi_+ C_{(p)m} = E_+ C_{(p)m} + (T_+)^2 \pi_- C_{(p)m} \tag{57}$$

$$T_- \pi_+ C_{(p)m} = 0 \tag{58}$$

Цепочка уравнений

$$\sum_{2p+m=k} (T_+)^p \mathscr{D} C_{(p)m} + \\ + \sum_{2p+m=k-2} (T_+)^p \pi_+ \left[C_{(p)m} - (p+1)(p+2) C_{(p+2)m} \right] + \\ + \sum_{2p+m=k+2} (T_+)^p E_- \left[\frac{p(2m+p-1)}{m(m-1)} C_{(p)m} - \frac{1}{m(m-1)} C_{(p-2)m} \right] = 0 \tag{59}$$

Цепочка уравнений

$$
\begin{aligned}
&\mathscr{D} C_{(p)k-2p} + \\
&+\pi_+ \left[C_{(p)k-2p-2} - (p+1)(p+2)C_{(p+2)k-2p-2}\right] + \\
&+\pi_- \left[p(2k-3p+3)C_{(p)k-2p+2} - C_{(p-2)k-2p+2}\right] = 0
\end{aligned}
\tag{60}
$$

Дальнейшее развитие

$$[\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta] = 2i\epsilon_{\alpha\beta}(1 + \nu\hat{Q}) \tag{61}$$

$$\{\hat{Q}, \hat{q}_\alpha\} = 0 \tag{62}$$

$$\hat{Q}^2 = 1 \tag{63}$$

$$\pi_0 C_{(p)m} = \frac{(\sigma_0 C_{(p)})^{\alpha(m)}}{\phi(m)}(q_\alpha)^m \tag{64}$$

BF действие

$$S^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g(k)}{k!} \int e^{B_3} \wedge \ldots e^{B_n} \wedge \epsilon_{B_1 \ldots B_n} (DC)^{B_1 A(k-1)} (DC)^{B_2}_{A(k-1)} \quad (65)$$

Спасибо за внимание!