

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра физики частиц и космологии

«Масса частиц темной материи»

Курсовую работу выполнила
студентка 215 группы
Шахворостова Елизавета Вадимовна

Научный руководитель: член-корр. РАН,
доктор физ.-мат. наук
Дмитрий Сергеевич Горбунов

Москва 2023

Содержание

1. Введение	3
2. Основные свойства темной материи.....	3
2.1 Классификация темной материи	3
2.2 Свидетельства существования темной материи	4
3. Фазовая плотность.....	5
3.1 Понятие фазовой плотности	5
3.2 Оценки из наблюдений.....	5
4. Ограничения на массу.....	7
5. Заключение.....	8
Литература	9

1. Введение

Есть большое количество доказательств, указывающих на существование *темной материи* (*dark matter*) во Вселенной, в дополнение к обычной видимой. Эти доказательства включают: кривые вращения галактик в скоплениях и звезд в галактиках, эффект гравитационного линзирования, анизотропия космического микроволнового фона.

Согласно наблюдениям, темная материя не испускает электромагнитное излучение и не взаимодействует с ним, но оказывает гравитационное влияние на поведение астрофизических систем, находящихся на различных космологических масштабах.

Существует много теорий, расширяющих Стандартную Модель, предлагающих кандидатов на роль частиц ТМ и описывающих их появление во Вселенной. В данной работе рассмотрим некоторые из моделей и получим ограничения на массу частиц.

2. Основные свойства темной материи

2.1 Классификация темной материи

Предполагается, что частицы темной материи находились в термодинамическом равновесии с обычным веществом (барионами, электронами, фотонами) на ранних этапах эволюции Вселенной. В какой-то момент времени, имея определенную температуру T_f (freeze-out) они вышли из равновесия и с тех пор распространяются свободно. В зависимости от соотношения массы M_x и температуры отсоединения, темную материю делят на горячую, теплую и холодную.

В случае $T_f \ll M_x$ говорят о *холодной темной материи*. Она представляет собой тяжелые (масса ~ 1 ГэВ) нерелятивистские на ранней стадии Вселенной частицы. В рамках такой модели первоначально формируются мелкомасштабные структуры, которые в последствии сливаются в более крупные под воздействием гравитационных сил. Эта теория хорошо согласуется с наблюдениями крупномасштабным структур Вселенной, хотя и имеет свои недостатки.

Если $T_f \gtrsim M_x$, то рассматриваются два варианта: $M_x \lesssim 1$ эВ и $M_x \gtrsim 1$ эВ. В первом случае говорится о *горячей темной материи*, состоящей из легких релятивистских на момент выхода из равновесия с барионным веществом частиц. Согласно такой модели, структуры Вселенной образуются нисходящим

образом, то есть появившиеся первыми сверхскопления распадаются на более мелкие составляющие. При таком раскладе у галактик было бы недостаточно времени, чтобы образоваться, что противоречит существующим наблюдениям. Поэтому на сегодняшний день горячая темная материя практически исключена из кандидатов.

В настоящее время наиболее подходящей является *теплая темная материя*, для которой справедливо $M_x > 1$ эВ. Такие частицы имеют средние между горячей и холодной темной материи скорости, хотя в ранней стадии Вселенной они и были релятивистскими.

2.2 Свидетельства существования темной материи

Наиболее убедительное и прямое свидетельство существование темной материи было получено из наблюдения кривых вращения галактик: зависимость круговых скоростей звезд от расстояния до галактического центра.

В предположении кругового движения, распределение скоростей $v(R)$ в зависимости от расстояния R от центра Галактики до звезды следует из закона Ньютона

$$v^2(R) = \frac{G \cdot M(R)}{R}, \quad M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r)r^2 dr$$

где G – гравитационная постоянная, $M(R)$ - полная масса внутри круговой области радиуса R , $\rho(r)$ – распределение плотности вещества.

Для областей, заполненных светящимся веществом, вклад только видимых объектов давал бы $v(R) \sim \sqrt{R}$, а вне области наблюдаемого галактического диска скорость вращения отдаленных звезд должна уменьшаться как $\frac{1}{\sqrt{R}}$ – т. е. на графике должен быть ярко выраженный пик с дальнейшим спадом по характерной зависимости. Но экспериментально для областей, не слишком близких к центру Галактики, были получены «плоские» ротационные кривые, где $v(R) \sim const$ и никакого убывания скорости не происходит.

Объяснить расхождение между теоретическим предсказанием и наблюдениями, при этом не нарушая известные законы физики, можно было выдвинув предположение о том, что видимое вещество погружено в облако большого размера – гало – которое представляет собой скрытую массу. Это вещество состоит из неких частиц, невзаимодействующих с фотонами, влияние которых проявляется только в гравитационном взаимодействии. Несмотря на то, что количество темной материи во Вселенной огромно, как ее свойства, так и ее природа все еще до конца и не изучены.

3. Фазовая плотность

3.1 Понятие фазовой плотности

С точки зрения наблюдений, величина функции распределения гало в галактиках может быть оценена *фазовой плотностью* – отношением плотности числа частиц к объему, занимаемому системой в импульсном пространстве. В астрофизике под фазовой плотностью понимают величину $Q = \frac{\rho}{\sigma^3}$, где $\sigma^2 = \langle (\Delta v)^2 \rangle$ – дисперсия одномерной скорости. Если положить распределение по скоростям изотропным, то одномерная скорость связана с абсолютной соотношением $v_{abs}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v^2$. Считается, что в центральной части гало дисперсия скорости также изотропна и однородна, и справедливо соотношение $\sigma_{abs}^2 = 3\sigma^2$.

Величина Q имеет размерность $\frac{M_\odot/\text{пк}^3}{(\text{км}/\text{с})^3}$. Характерные ее значения для сферических карликовых галактик лежат в пределах $(10^{-4} - 10^{-5}) \frac{M_\odot/\text{пк}^3}{(\text{км}/\text{с})^3}$, для более крупных эллиптических галактик или карликов с ярко выраженным вращением $Q \sim (10^{-8} - 10^{-6}) \frac{M_\odot/\text{пк}^3}{(\text{км}/\text{с})^3}$, а для самых крупных объектов (скоплений) фазовая плотность имеет оценку порядка $(10^{-13} - 10^{-11}) \frac{M_\odot/\text{пк}^3}{(\text{км}/\text{с})^3}$.

На практике измеряется дисперсия скоростей звезд в гало. Именно эти данные используются для определения распространения частиц в импульсном пространстве. Полагается, что скорости частиц темной материи не должны существенно отличаться от собственных скоростей звезд, т.к. они движутся в одном гравитационном потенциале гало.

3.2 Оценки из наблюдений

Рассмотрим газ изотропно распределенных частицы массы m , образующихся в условии равновесия. Они имеют концентрацию и давление

$$n = \frac{g}{h^3} \int f(p) d^3 p \quad P = \frac{g}{h^3} \int \frac{p^2}{3E_0} f(p) d^3 p$$

где g – число степеней свободы, $d^3 p = 4\pi p^2 dp$ – элемент объема в импульсном пространстве, а первоначальная функция распределения

$$f(p) = \frac{1}{\exp(\frac{E - \mu}{kT}) \pm 1}$$

имеет вид распределение Ферми-Дирака (+) или Бозе-Эйнштейна (-) с химическим потенциалом μ . Энергия E связана с импульсом p и массой частицы m соотношением $E^2 = (\rho c)^2 + m^2 c^4$.

Частицы, которые отделились от плазмы в период ранней Вселенной при температуре T_D (decoupling), испытывают изменение импульса пропорционально расширению Вселенной $p = p_D \frac{a_D}{a}$, где $a = a(t)$ – космологический масштабный коэффициент (cosmic scale factor), а $a_D = a(t_D)$ – его значение в момент разделения. В свою очередь концентрация изменяется как $n \sim a^{-3}$. Из этого следует, что функция $f(p)$ после отсоединения связана с распределением в момент отделения как $f(p) = f_D(pa/a_D)$. Т.к. после момента разделения частицы могут двигаться как с большими скоростями, так и быть нерелятивистскими, то функция распределения имеет два вида. Для ультрарелятивистского разделения (где $E \approx pc, T = T_D a_D/a, \mu = \mu_D a_D/a$) справедливо соотношение

$$f_R(p) = \frac{1}{e^{\frac{pc-\mu}{kT}} \pm 1}$$

А для второго случая ($E - \mu \approx \frac{p^2}{2m} - \mu_{kin}, \mu_{kin} \equiv \mu - mc^2 = \mu_{kin,D}(a_D/a)^2$, $T = T_D(a_D/a)^2$) функция имеет вид

$$f_N(p) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\frac{p^2}{2m} - \mu_{kin}}{kT}\right) \pm 1}$$

Распределение мелкозернистой функции фазовой плотности сохраняется во времени (согласно теореме Лиувилля). Этот факт означает, что распределение фазовой плотности в момент отделения может быть напрямую связано с измерениями фазовых плотностей темной материи, проводимыми в данный момент.

Учитывая, что для нерелятивистского случая ($E_0 \approx mc^2, p = mv$)

$$Q = \frac{\rho}{\sigma^3} = \frac{mn}{\left(\frac{1}{3}\langle v_{abs}^2 \rangle\right)^{3/2}}, \quad P = \frac{mn\langle v_{abs}^2 \rangle}{3}$$

получим $Q = \frac{(mn)^{5/2}}{(P)^{3/2}}$. Подставив исходные интегралы для n и P , уравнение приобретает вид

$$Q = \frac{(3c^2)^{3/2} m^4 g}{h^3} 4\pi \frac{[\int f(p)p^2 dp]^{5/2}}{[\int f(p)p^4 dp]^{3/2}}$$

Приняв $c = \hbar = 1$, получим для частиц типа X выражение

$$Q_X = q_X g_X m_X^4$$

Безразмерный коэффициент q_X в случае тепловых фермионов и $\mu = 0$ принимает значение

$$q_T = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \frac{[\int dp(p^2/e^p + 1)]^{5/2}}{[\int dp(p^4/e^p + 1)]^{3/2}} = 0.0019625$$

Аналогичные вычисления для вырожденных (degenerate) фермионов при $T = 0, \mu \gg m$ дает такое же выражения для Q , но с другим коэффициентом

$$q_d = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \frac{\left(\int_0^1 p^2 dp\right)^{5/2}}{\left(\int_0^1 p^4 dp\right)^{3/2}} = 0.036335$$

Значения коэффициента q получены в результате вычисления полных интегралов по функции распределения для различных случаев. В такой ситуации фазовая плотность зависит от индивидуальных свойств частиц, в то время как космологические параметры (температура отделения, текущая температура, плотности) в уравнение не входят. Тот факт, что числовые коэффициенты зависят от типа частиц (бозоны/фермионы), их вырожденности, делает величину Q потенциально точной и удобной для определения и измерения свойств частиц темной материи. Таким образом, используя оценки фазовой плотности из экспериментальных данных, можно получить оценку для массы (в кэВ) частиц в конкретной модели.

4. Ограничения на массу

Вернемся к выражению для фазовой плотности, вида

$$Q = \frac{(3c^2)^{3/2} m^4 g}{h^3} 4\pi \frac{[\int f(p)p^2 dp]^{5/2}}{[\int f(p)p^4 dp]^{3/2}}$$

Заметим, что для $\langle p_{abs}^2 \rangle = m^2 \langle V_{abs}^2 \rangle$

$$\frac{n}{(\langle \rho_{abs}^2 \rangle)^{3/2}} = \frac{[\int f(p) d^3 p]^{5/2}}{[\int f(p) p^2 d^3 p]^{3/2}} \sim f_{halo}$$

где f_{halo} – современная функция распределения. Тогда

$$Q = \frac{m^4 n}{\left(\left(\frac{1}{3} \rho_{abs}^2\right)\right)^{3/2}} = 3^{3/2} m^4 f_{halo}$$

Современная функция распределения не может превышать максимум первоначальной, т.е.

$$\frac{Q}{3^{3/2} m^4} = f_{halo} \leq \max(F(p)) = \frac{g}{2h^3}$$

Тогда с учетом $\hbar = 1$ оценка для массы принимает вид

$$\frac{m}{1 \text{ кэВ}} > \left(\frac{2(2\pi)^3}{3^{3/2} g} \right)^{1/4} \left(\frac{Q}{M_\odot/\text{пк}^3} \right)^{1/4} \approx \left(\frac{10^2}{g} \right)^{1/4} \left(\frac{Q}{M_\odot/\text{пк}^3} \right)^{1/4}$$

5. Заключение

В данной работе были рассмотрены основные понятия, использующиеся в космологии для изучения гало галактик, а также предпосылки и несоответствия теоретических предсказаний и наблюдений, которые привели к идеи введения темной материи. Разные модели представления позволили описать поведение частиц в момент образования и связать функции их распределения с получаемыми в данный момент наблюдениями и рассчитанными из них значениями фазовой плотности.

Литература

1. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва.
2. Craig J. Hogan and Julianne J. Dalcanton. New Dark Matter Physics: Clues from Halo Structure (<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0002330v2>).
3. Jes Madsen. Dark matter phase space densities (<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0006074v2>).
4. А. А. Хмельницкий. Модели теплой темной материи в физике частиц и космологии: диссертация на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук.
5. D. Gorbunov, A. Khmelnitsky and V. Rubakov. Constraining sterile neutrino dark matter byphase-space density observations (<http://arxiv.org/abs/0808.3910v2>).
6. Manoj Kaplinghat. Dark Matter from Early Decays (<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0507300v2>).
7. В. А. Рябов, В. А. Царев, А. М. Цховребов, Поиски частиц темной материи, УФН, 2008, том 178, номер 11, 1129–1164 (DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0178.200811a.1129>).