

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

Физический факультет  
Кафедра физики частиц и космологии

Курсовая работа  
«Астрофизические проявления легкого стерильного нейтрино»

Выполнил:  
студент 215 группы,

Беляев П. П.

Научный руководитель:  
член-корр. РАН,

Троицкий С. В.

Москва 2023

# Содержание

<b>1. Введение</b>	<b>3</b>
1.1. Постановка задачи . . . . .	3
<b>2. Основная часть</b>	<b>4</b>
2.1. Нейтринные осцилляции . . . . .	4
2.2. Параметризация матрицы смешивания . . . . .	6
2.2.1. Матрица $4 \times 4$ . . . . .	7
2.3. Астрофизические источники нейтрино . . . . .	8
2.3.1. Преобразование Грибова-Понтекорво (Gribov-Pontecorvo regime) . . . . .	9
2.4. Моделирование . . . . .	10
2.5. Анализ результатов . . . . .	11
<b>3. Заключение</b>	<b>15</b>
3.1. Научные результаты . . . . .	15

# 1. Введение

Нейтринные осцилляции – квантовомеханический эффект, при котором периодически меняется вероятность обнаружения частицы (нейтрино) в определенном состоянии. В астрофизике влияние этого эффекта становится заметным при попытке экспериментально измерить соотношение между потоками нейтрино разных поколений (ароматов). Исторически, именно проблема «дефицита солнечных нейтрино» положила начало исследованию этого явления.

На сегодняшний день, количество ароматов обычных нейтрино, взаимодействующих слабым взаимодействием, строго равно трем: электронное  $\nu_e$ , мюонное  $\nu_\mu$  и тау  $\nu_\tau$ . Задача о таких осцилляциях разрешается формулами распределения вероятностей.

Однако ряд экспериментов, в том числе недавнего BEST на Баксанской нейтринной обсерватории ИЯИ РАН и Нейтрино-4 в ПИЯФ, в совокупности с другими, указывают на возможное существование четвертого типа нейтрино – стерильного. Стерильное нейтрино не взаимодействует никаким из взаимодействий Стандартной модели, даже слабым. Единственный способ увидеть его существование – по осцилляционным переходам в другие типы нейтрино.

Возможное наличие четвертого нейтрино с теми параметрами, которые известны из лабораторных экспериментов, плохо согласуется с данными по солнечным нейтрино и с ограничениями из ранней Вселенной – в рамках стандартных солнечных и космологических моделей.

## 1.1. Постановка задачи

В курсовой работе требуется построить приближение Грибова-Понтекорво для 4-х типов нейтрино: 3-х обычных, соответствующих заряженным лептонам и одного стерильного с массой масштаба эВ. Это приближение – предельный случай, при котором осцилляционная картина размывается вследствие усреднения по размеру источника. Подробнее оно описано в соответствующем разделе. Требуется проанализировать влияние, которое может оказать такая частица на наблюдения конкретных астрофизических объектов.

## 2. Основная часть

### 2.1. Нейтринные осцилляции

В данном разделе вводятся необходимые обозначения и дается математическое описание нейтринных осцилляций в вакууме.

В квантовой механике, состояние частицы, в соответствии с формализмом Дирака, записывается как  $|\nu\rangle$ . Нас будут интересовать следующие представления этих состояний:

- Рождение и регистрация нейтрино происходит через слабое взаимодействие. Поэтому, состояние с определенным поколением нейтрино –  $|\nu_\alpha\rangle$ , где  $\alpha \in \{e, \mu, \tau, \dots\}$  – экспериментально наблюдаемое состояние. Множество этих состояний образует реперные векторы *калибровочного базиса*.
- Из предположения о ненулевой массе нейтрино, должны существовать собственные состояния оператора массы –  $|\nu_j\rangle$ , где  $j \in \{1, 2, 3, \dots\}$ . Они образуют собственный *массовый базис*.

Для нейтрино, в отличие от других частиц Стандартной Модели, эти базисы не совпадают, и вводится матрица перехода  $U$  (матрица смешивания, PMNS-матрица):

$$\begin{aligned} |\nu_j\rangle &= \sum_{\alpha} U_{\alpha j} |\nu_{\alpha}\rangle \\ |\nu_{\alpha}\rangle &= \sum_j U_{\alpha j}^* |\nu_j\rangle \end{aligned} \tag{1}$$

Везде далее греческими буквами  $\alpha, \beta$  обозначается аромат (поколение) нейтрино, а строчными латинскими – массовое состояние. Символом  $*$  обозначено комплексное сопряжение.

Рассмотрим вспомогательную задачу: требуется найти вероятность обнаружения  $\beta$ -нейтрино на расстоянии  $L$  от источника через время  $t$ , если известно, что источник испускает  $\alpha$ -нейтрино с энергией  $E$ .

Пусть в некотором процессе родилось состояние  $|\nu_{\alpha(0)}\rangle$ , являющееся **когерентной**<sup>1</sup> суперпозицией массовых состояний  $|\nu_{j(0)}\rangle$  (1). Так как массовое состояние является собственным для свободного гамильтониана, его эволюция описывается плоской волной, что следует из решения стационарного уравнения Шрёденгера:

$$\hat{H} |\nu_j\rangle = E |\nu_j\rangle$$

При переходе в лабораторную систему координат, решение записывается в виде:

$$|\nu_{j(t,L)}\rangle = |\nu_{j(0)}\rangle e^{-i(Et - p_j L)}$$

При этом, используется естественная система единиц (natural units):  $c = \hbar = 1$ . Чтобы избавиться от неизвестных импульсов  $p_j$ , воспользуемся инвариантом:

$$p_j = [E^2 - m_j^2]^{1/2} = E [1 - (m_j/E)^2]^{1/2}$$

Так как  $m_j \ll E$ , то выражение в квадратных скобках можно разложить в ряд в окрестности нуля как функцию  $(1+x)^n$ :

---

<sup>1</sup>обязательно условие для существования осцилляций.

$$p_j \approx E - m_j^2/2E$$

Мы также будем считать, что нейтрино ультрарелятивистские  $L \approx t$ , поэтому зависимость от времени пропадает:

$$|\nu_{j(L)}\rangle = |\nu_{j(0)}\rangle e^{-i\frac{m_j^2}{2E}L}$$

Вероятность зарегистрировать аромат  $\beta$  на расстоянии  $L$  определяется проекцией состояния  $|\nu_{\beta(L)}\rangle$  на состояние  $|\nu_{\alpha(0)}\rangle$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} &= |\mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}|^2 \\ \mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta} &= \sum_j \langle \nu_{\beta(L)} | \nu_{j(L)} \rangle \langle \nu_{j(0)} | \nu_{\alpha(0)} \rangle \end{aligned}$$

Выпишем полученное выражение для вероятности:

$$\mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} = \sum_k \sum_j U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\frac{m_j^2 - m_k^2}{2E}L} \quad (2)$$

Иногда для сокращения мы будем называть  $\mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta}$  – *вероятностью перехода*, а  $\mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \alpha}$  – *вероятностью выживания*.

Разность квадратов масс  $m_j^2 - m_k^2$  в литературе обозначают  $\Delta m_{jk}^2$ . В дальнейшем удобно использовать формулу (3) вместо (2), где зависимость от параметров источника и испускаемых нейтрино выносится в виде отдельного слагаемого:

$$\mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2 \operatorname{Re} \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\frac{\Delta m_{jk}^2}{2E}L} \quad (3)$$

Это выражение является универсальным в теории нейтринных осцилляций и остается справедливым для любого количества осциллирующих состояний.

Проанализируем его. Первое слагаемое – постоянный вклад в вероятность, которую мы получили бы, если бы суперпозиция массовых состояний нейтрино была некогерентной. Второе – слагаемое, которое включает в себя когерентные эффекты и, следовательно, порождает колебания. По своей структуре и по смыслу, формула (3) идентична основному уравнению интерференции в волновой оптике.

## 2.2. Параметризация матрицы смешивания

В данном разделе рассматривается описание PMNS-матрицы с помощью углов смешивания.

Матрица  $U$ , введенная в (1), осуществляет переход от флэйворного (калибровочного) базиса к массовому. В терминах квантовой механики она является унитарным преобразованием над вектором состояния и принадлежит группе  $SU_n$ . Как и в вещественном случае ( $SO_n$ ), матрица  $U$  допускает параметризацию, т.е разложение на ее составляющие – элементарные вращения.

В общем случае, комплексная матрица размера  $n \times n$  описывается  $2n^2$  вещественными параметрами, однако наложение на параметризацию дополнительных условий позволяет устраниТЬ некоторые из них, не имеющие физического смысла:

1. Условие унитарности уменьшает число независимых параметров до  $n^2$ ,
2. Переопределение кварковых полей устраниет  $(2n - 1)$  параметр (см. [2]),
3. Введение углов поворота, аналогичных вещественному вращению, задает  $n(n - 1)/2$  угол. В теории нейтринных осцилляций их принято называть *углами смешивания*.

Итого, остается  $(n - 1)(n - 2)/2$  независимых вещественных параметров. Их называют *фазами, нарушающими CP-инвариантность*. Именно углы смешивания вместе с оставшимися нескомпенсированными фазами, однозначно определяют матрицу  $U$ .

Рассмотрим следующие примеры:

- Два аромата, количество фаз = 0, количество углов = 1 (т. н. *угол Кабибо*), матрица смешивания имеет вид:

$$U^{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Несмотря на то, что данная матрица – вещественная (ортогональная), она все еще осуществляет унитарное преобразование, только вращение происходит лишь в одной плоскости.

- В случае трехнейтринного смешивания появляется одна нескомпенсированная фаза  $\delta_{13}$ , количество углов = 3. Далее, для удобства введены следующие обозначения:

$$c_{jk} = \cos \theta_{jk}, \quad s_{jk} = \sin \theta_{jk}, \quad \tilde{s}_{jk} = \sin(\theta_{jk})e^{-i\delta_{jk}}$$

Матрицу смешивания, по аналогии с вещественным вращением, удобно параметризовать в виде произведений матриц поворота отдельных плоскостей:

$$U^{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & \tilde{s}_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\tilde{s}_{13}^* & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Стоит отметить, что существуют и другие виды параметризации, однако приведенный ниже вариант является самым распространенным.

### 2.2.1. Матрица $4 \times 4$

Построим параметризацию в случае добавления стерильного нейтрино по аналогии с  $3 \times 3$  осцилляциями. Итак, количество независимых фаз = 3, количество углов = 6. Согласно схеме [3] и используя в качестве «опоры» матрицу вращения в вещественном  $4 \times 4$  пространстве, можно получить следующее выражение:

$$U^{4 \times 4} = \tilde{R}_{34} R_{24} \tilde{R}_{14} R_{23} \tilde{R}_{13} R_{12} \quad (4)$$

- Матрица  $R_{jk}$  отвечает вращению в вещественной плоскости  $jOk$  (фаза скомпенсирована),
- Матрица  $\tilde{R}_{jk}$  отвечает за комплексное вращение  $jOk$  (добавляется фазовый множитель).

В обозначения, принятых ранее, матрица смещивания имеет вид:

$$U^{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & \\ & c_{34} & \tilde{s}_{34} & \\ & -\tilde{s}_{34}* & c_{34} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & c_{24} & s_{24} & \\ & -s_{24} & 1 & c_{24} \\ & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{14} & & \tilde{s}_{14} & \\ & 1 & & \\ & & 1 & c_{14} \\ & -\tilde{s}_{14}* & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{23} & & s_{23} & \\ & 1 & & \\ & -s_{23} & c_{23} & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & c_{13} & \tilde{s}_{13} & \\ & -\tilde{s}_{13}* & c_{13} & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & & \\ -s_{12} & c_{12} & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

Здесь на пустых местах находятся нули. Выписанная формула получается довольно громоздкой и обычно ее оставляют в виде (4).

В общем случае  $n = (3 + N)$  нейтрино, из которых  $N$  – стерильные, параметризация может иметь вид [3]:

$$U^{n \times n} = \left[ \tilde{R}_{3n} R_{2n} \tilde{R}_{1n} \dots \tilde{R}_{34} R_{24} \tilde{R}_{14} \right] R_{23} \tilde{R}_{13} R_{12}, \quad n \geq 5$$

В квадратных скобках взята часть, порождаемая наличием дополнительных ароматов стерильных нейтрино.

## 2.3. Астрофизические источники нейтрино

В данном разделе обсуждаются свойства нейтрино, излучаемых различными объектами.

Из основной формулы нейтринных осцилляций (3), определим фазу осцилляций как:

$$\varphi_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L$$

Поскольку она влияет на вероятность перехода между состояниями, стоит сделать численную оценку для некоторых источников, имеющих разный ароматовый состав. Для этого дополнительно введем длину осцилляции – характерное расстояние, на котором повышается вероятность детектирования аромата, отличного от испускаемого источником:

$$\varphi_{ij} = 2\pi \frac{L}{L_{\text{osc}}}, \quad L_{\text{osc}} = 4\pi \frac{E}{\Delta m_{ij}^2}$$

$$L_{\text{osc}}[\text{м}] = 2.48 \frac{E [\text{МэВ}]}{\Delta m^2 [\text{эВ}^2]}$$

Рассмотрим два основных ароматных состава, встречающихся в астрофизике:

1. В Солнце и в других звездах на главной последовательности протекает реакция термоядерного синтеза, а в конце своей эволюции они вспыхивают сверхновой. Не вникая в подробности, отметим лишь, что в таких механизмах как, например,  $pp/\text{CNO}$  циклы или при образовании сверхновых, выделяются только электронные нейтрино. Соответственно, поток нейтрино  $(\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau) = (1 : 0 : 0)$ .
2. При энергиях, достаточных для возбуждения  $\Delta(1230 - 1234)$  резонанса, возможна реакция *фоторождения заряженного  $\pi$ -мезона* с последующим распадом до электрона. Запишем эту реакцию:

$$p^\pm \gamma \rightarrow n^0 \pi^\pm, \quad \pi^\pm = \mu^\pm \frac{(-)}{\nu_\mu}, \quad \mu^\pm \rightarrow \frac{(-)}{\nu_\mu} e^\pm \frac{(-)}{\nu_e}$$

Стоит сделать замечание, что в данной работе различие между нейтрино и антинейтрино одного аромата **игнорируется**. Поэтому, суммарный поток  $(\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau) = (1 : 2 : 0)$ . Примером такого источника могут быть активные ядра галактик (AGN).

В данной работе выбраны следующие объекты, на примере которых разобраны осцилляции со стерильным нейтрино:

	$\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau$	$E$	$L$	$L_{\text{osc}}$	$L/L_{\text{osc}}$
Солнце		$< 0.1 \text{ МэВ}$	1 а. е.	$\sim 25 \text{ км}$	$> 10^6$
Бетельгейзе	1 : 0 : 0	$\sim 10 \text{ МэВ}$	168 пк	$\sim 2500 \text{ км}$	$\sim 10^{12}$
SN1987a			51.4 Кпк		$\sim 10^{14}$
AGN на $z = 1$	1 : 2 : 0	10 – 1000 ТэВ	4 Гпк	$(0.004 - 37.1) \text{ а. е.}$	$10^{11} - 10^{13}$

Таблица 1: Астрофизические источники и основные характеристики испускаемых нейтрино. Столбцы слева направо: ароматовый состав при рождении, энергия нейтрино, расстояние до источника, длина осцилляций, фаза осцилляций (с точностью до множителя  $2\pi$ ).

В общем случае, для солнечных нейтрино существует зависимость фазы от энергии – следствие эффекта Михеева-Смирнова-Вольфенштейна, эффекта от взаимодействий электронных нейтрино с веществом. Мы ограничимся рассмотрением низкоэнергетичных солнечных нейтрино, для которых этим можно пренебречь.

### 2.3.1. Преобразование Грибова-Понтекорво (Gribov-Pontecorvo regime)

Из Таблицы 1 видно, что для всех источников фаза, по крайней мере  $\gg 1$ . Поэтому, слагаемое, вносившее вклад в осцилляции в формуле (3), становится сильно подавленным – «осцилляции» в прямом смысле этого слова пропадают и вероятность перехода становится постоянной.

Физической интерпретацией этого преобразования является то, что в наблюдениях всегда существует неопределенность: неизвестно точно время/место рождения, поскольку астрофизический источник имеет огромные размеры, и/или энергия регистрируемых нейтрино. Поэтому, чтобы получить вклад от всего источника (интегральный эффект), нужно вычислить среднее значение. Отметим, что более аккуратный анализ требует рассмотрения модели волнового пакета с характерным распыливанием (дисперсией), зависящим от длительности нейтринного сигнала.

В результате усреднения, осциллирующий член в выражении (3) пропадет, и формула примет простой вид:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} \equiv \langle \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} \rangle = \lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L} \int_0^L \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} \, dL = \sum_j |U_{\alpha j}|^2 |U_{\beta j}|^2 \quad (5)$$

Подставляя различные  $(\alpha, \beta) \in \{e, \mu, \tau, s\}$  мы получаем значение соответствующих вероятностей перехода из состояния  $\alpha$  в  $\beta$ . Данную формулу можно рассматривать как функцию двух целочисленных аргументов – матрицу. Видно, что данная матрица вещественная и симметричная<sup>2</sup>:

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_{ee} & \dots & \mathcal{P}_{es} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{P}_{se} & \dots & \mathcal{P}_{ss} \end{pmatrix}$$

Пусть  $\mathbf{f}^0$  – ароматовый состав нейтрино при рождении,  $\mathbf{f}$  – состав при регистрации. Для дальнейшего анализа удобно произвести нормировку  $e + \mu + \tau + s = 1$ . Связь между этими потоками осуществляется следующим преобразованием:

$$\mathbf{f}^0 = \begin{bmatrix} e_0 \\ \mu_0 \\ \tau_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} e \\ \mu \\ \tau \\ s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \mathcal{P} \mathbf{f}^0$$

Заметим, в данной работе также предполагается, что переход в стерильное состояние возможен только за счет осцилляций, поэтому на этапе рождения  $s_0 \equiv 0$ .

Таким образом, зная соотношение нейтрино при рождении, можно рассчитать их соотношение, регистрируемое на Земле, и оценить, какая часть перешла в стерильное состояние.

<sup>2</sup>предполагается, что переходы  $\alpha \leftrightarrow \beta$  тождественные.

## 2.4. Моделирование

В данном разделе описываются вычислительные методы, используемые в работе.

Все математические преобразования (3) - (5) выполнялись в программе, написанной в системе компьютерной алгебры **Wolfram Mathematica**. В расчетах используются параметры [4], полученные из экспериментов по смешиванию между лептонными поколениями:

$$\begin{aligned}\sin^2 \theta_{12} &= 0.307 \pm 0.013 \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.546 \pm 0.021 \text{ (Normal)} \\ \sin^2 \theta_{13} &= (2.20 \pm 0.07) \cdot 10^{-2} \\ \delta_{13} &= 1.36^{+0.20}_{-0.16} \pi\end{aligned}$$

Угол смешивания между электронным и стерильным нейтрино получен из экспериментов BEST [5]:

$$\sin^2 2\theta_{ee} \approx 0.38$$

Так как никаких данных о фазах  $\delta_{14}$ ,  $\delta_{34}$  нет, то будем рассматривать только случай, в котором они равны нулю. Для удобства, обычно вводят эффективные углы смешивания (именно их измеряют в экспериментах), которые связаны с «настоящими» через матричные элементы:

$\theta_{\alpha\beta}$	$\theta_{ij}$	$U_{ij}$
$\sin^2 2\theta_{ee}$	$= \sin^2 2\theta_{14}$	$= 4(1 -  U_{e4} ^2)  U_{e4} ^2$
$\sin^2 2\theta_{\mu\mu}$	$= 4 \cos^2 \theta_{14} \sin^2 \theta_{24} (1 - \cos^2 \theta_{14} \sin^2 \theta_{24})$	$= 4(1 -  U_{\mu 4} ^2)  U_{\mu 4} ^2$
$\sin^2 2\theta_{\tau\tau}$	$= 4 \cos^2 \theta_{14} \cos^2 \theta_{24} \sin^2 \theta_{34} (1 - \cos^2 \theta_{14} \cos^2 \theta_{24} \sin^2 \theta_{34})$	$= 4(1 -  U_{\tau 4} ^2)  U_{\tau 4} ^2$
$\sin^2 2\theta_{e\mu}$	$= \sin^2 2\theta_{14} \sin^2 \theta_{24}$	$= 4  U_{\mu 4} ^2  U_{e4} ^2$
$\sin^2 2\theta_{e\tau}$	$= \sin^2 2\theta_{14} \cos^2 \theta_{24} \sin^2 \theta_{34}$	$= 4  U_{e4} ^2  U_{\tau 4} ^2$
$\sin^2 2\theta_{\mu\tau}$	$= \sin^2 2\theta_{24} \cos^4 \theta_{14} \sin^2 \theta_{34}$	$= 4  U_{\mu 4} ^2  U_{\tau 4} ^2$

Таблица 2: Соотношение между углами смешивания и матричными элементами.

В результате, написанная программа позволяет варьировать углы  $\theta_{24}$ ,  $\theta_{34}$  и в реальном времени получать соотношение наблюдаемых потоков на Земле. По этим данным были построены теоретические зависимости  $\nu_\alpha$  от углов смешивания:  $\sin^2 \theta_{24}$ ,  $\sin^2 2\theta_{24}$ ,  $\sin^2 2\theta_{34}$ . Они представлены на стр. 12-13 в виде графиков.

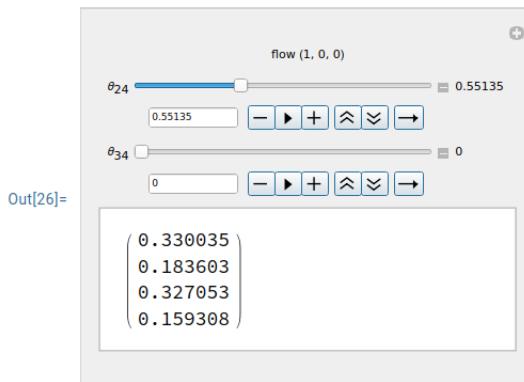


Рис. 1: Пример вывода программы.

## 2.5. Анализ результатов

В этом разделе проводится оценка углов смешивания и сравнение со значениями, полученными в ряде экспериментов.

Для того, чтобы выяснить влияние стерильного нейтрино на наблюдения, необходимо определиться с характерными параметрами этой частицы. Рассмотрим несколько исследований, в которых были получены ограничения на углы  $\theta_{24}$ ,  $\theta_{34}$ .

1. Согласно [6], в рамках плосковолнового приближения, оптимальными параметрами являются следующие матричные элементы:

$$\begin{aligned} |U_{e4}|^2 &= 8.5 \times 10^{-2} \\ |U_{\mu 4}|^2 &= 3.8 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

По ним можно найти угол  $\theta_{24}$  с помощью формул из Таблицы 2:

$$\sin^2 \theta_{24} = \frac{4 |U_{e4}|^2 |U_{\mu 4}|^2}{\sin^2 2\theta_{14}} = 3.4 \times 10^{-3}$$

Данное исследование проводилось с учетом результатов BEST. Положим другой угол  $\theta_{34} = 0$ , так как никаких ограничений на него в этой статье нет. Видно (Рис 2, 3), что в таком случае, доля, приходящаяся на стерильно состояние вырастет не больше чем на  $\sim 3\%$ .

2. Более высокую оценку дает [7] :

$\Delta m_{14}^2$	4.7 эВ <sup>2</sup>	$> 10$ эВ <sup>2</sup>
$\sin^2 2\theta_{24}$	0.1	$6 \times 10^{-3}$
$\sin^2 2\theta_{34}$	0.0	0.4

Эта статья была опубликована до того, как был получен угол  $\theta_{14}$  на BEST. Если рассмотреть случай, реализующийся при  $\Delta m_{14}^2 > 10$  эВ<sup>2</sup>, то за счет большего угла смешивания, поток  $\nu_s$  увеличится и достигает 20% от всего (Рис. 4). Оценим, кроме того  $\sin^2 \theta_{34}$ :

$$\sin^2 \theta_{24} = \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 2\theta_{24}}}{2} = 1.5 \times 10^{-3}$$

3. По данным [8], для  $\Delta m_{14}^2 \sim 1$  эВ<sup>2</sup>:

Эксперимент	$\theta_{24}$	$\theta_{34}$	$\sin^2 2\theta_{24}$	$\sin^2 2\theta_{34}$
IceCube-DeepCore	19.4°	22.8°	0.39	0.51
T2K	18.4°	45.0°	0.35	1.0

Эта статья также не учитывает результаты BEST. В последнем случае (T2K) смешивание достигает максимума, стерильных нейтрино становится в два раза больше (Рис. 4).

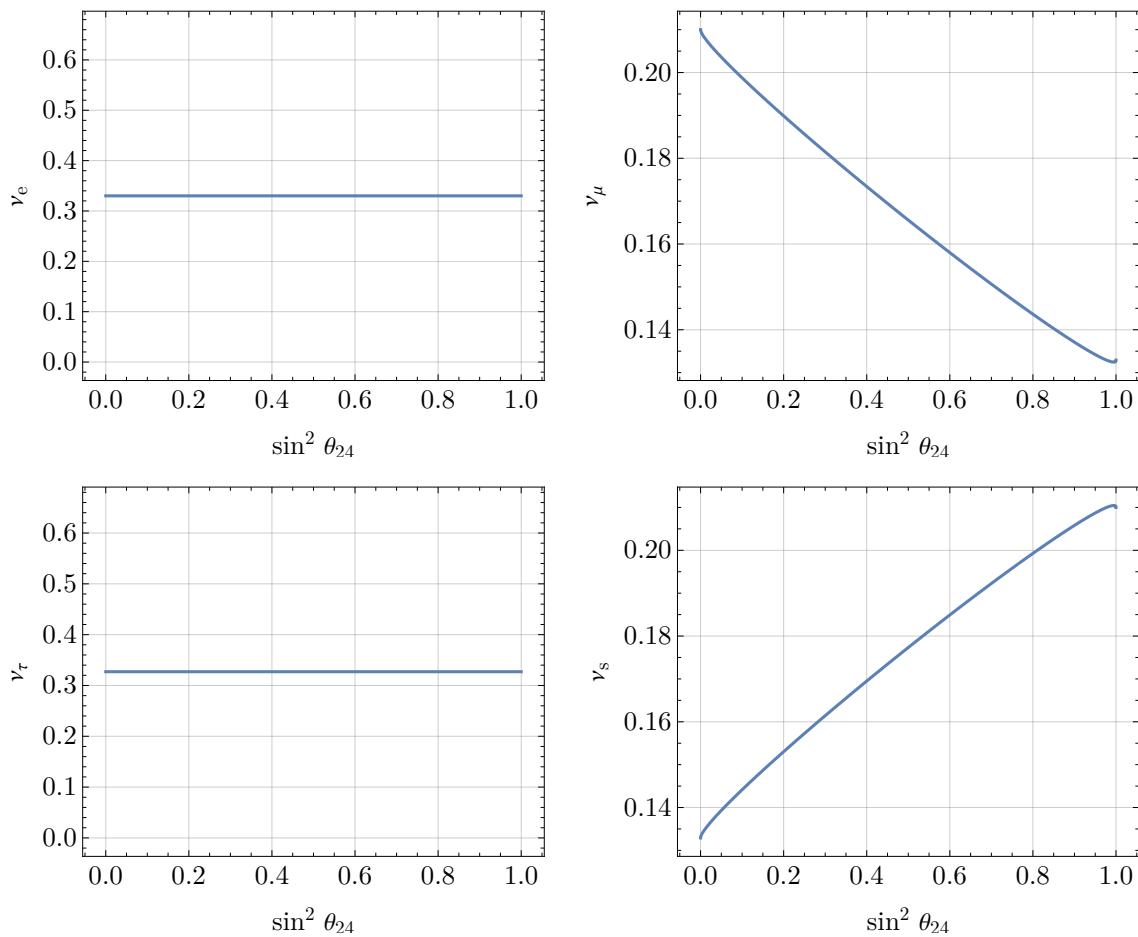


Рис. 2: Состав (1:0:0) при  $0 < \theta_{24} < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_{34} = 0$

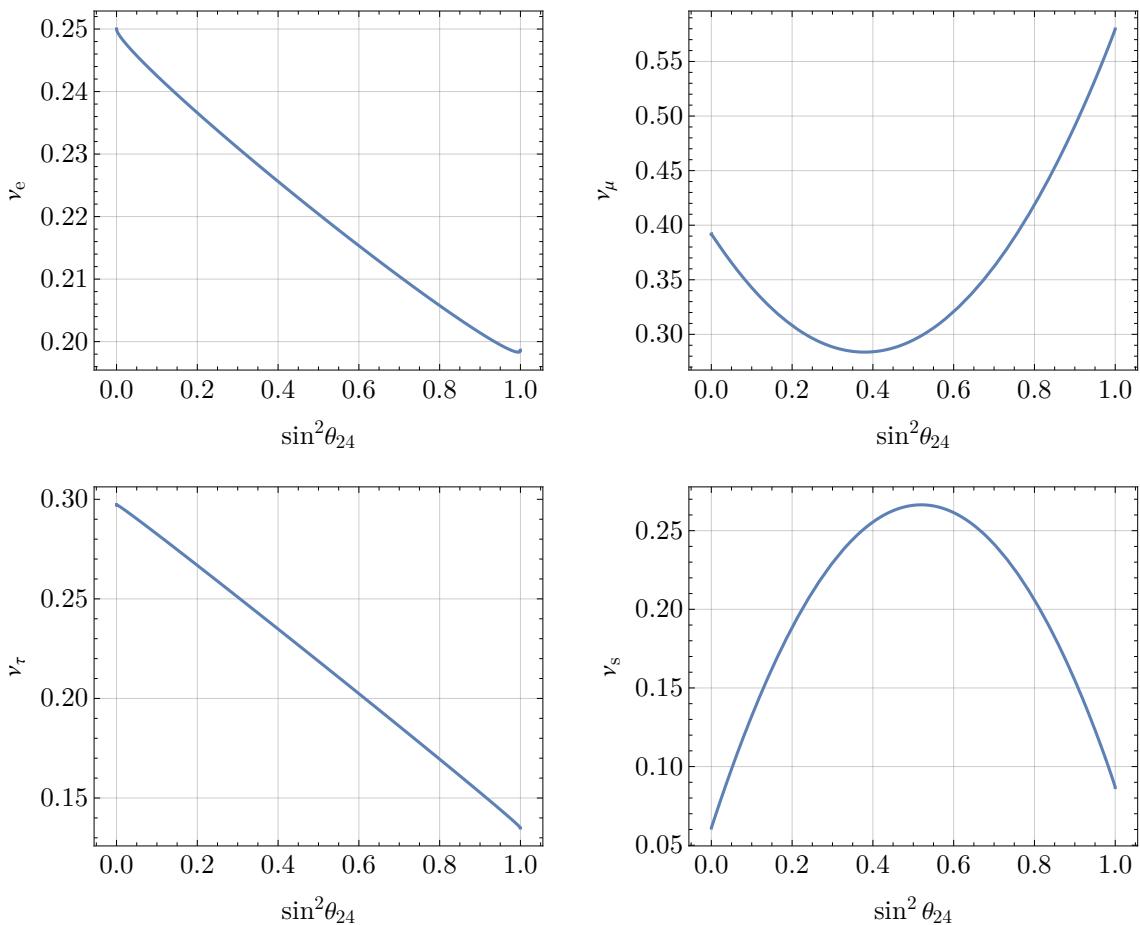


Рис. 3: Состав (1:2:0) при  $0 < \theta_{24} < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_{34} = 0$

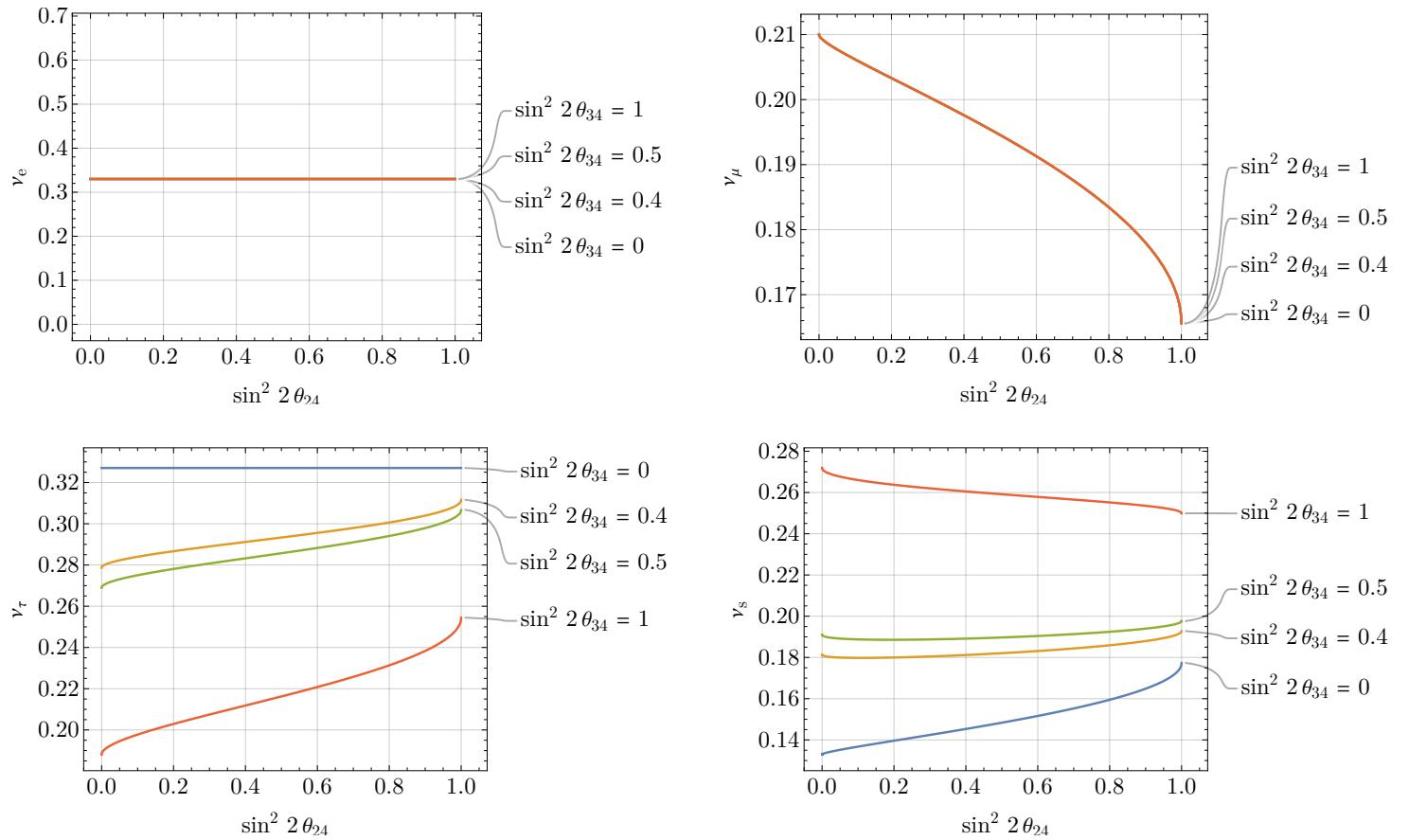


Рис. 4: Состав (1:0:0) при  $0 < \theta_{24} < \frac{\pi}{4}$

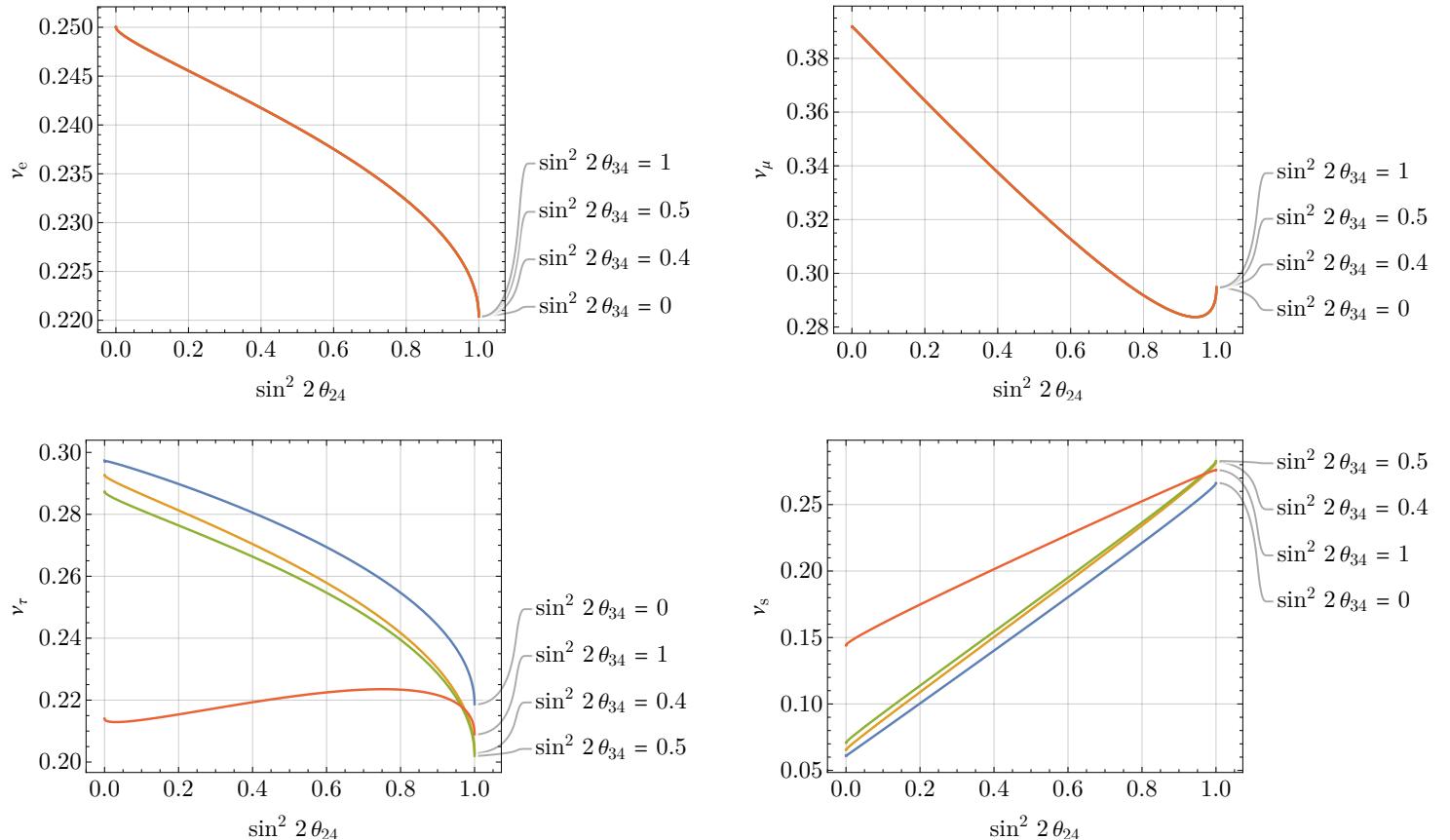


Рис. 5: Состав (1:2:0) при  $0 < \theta_{24} < \frac{\pi}{4}$

Теперь определимся с критерием того, что значение подходит под нашу модель:

- Непротиворечивость результатам BEST, а именно, разность квадратов масс  $\Delta m_{14}^2 \sim 7.3 \text{ эВ}^2$ ;
- Значительное увеличение потока стерильных нейтрино, что повышает вероятность обнаружения нехватки активных нейтрино.

На основании этого можно сделать вывод – будем считать характерными параметрами стерильного нейтрино значения, описанные в пункте 2 этого раздела по следующим причинам:

- Разность квадратов масс  $\Delta m_{14}^2 \sim 10 \text{ эВ}^2$ ;
- Значение  $\sin^2 \theta_{24}$  по порядку величины совпадает с рассчитанным в пункте 1, в котором учитывались результаты BEST.

Окончательно, выпишем эти значения отдельно:

$\Delta m_{14}^2$	$\sin^2 2\theta_{14}$	$\sin^2 2\theta_{24}$	$\sin^2 2\theta_{34}$
$10 \text{ эВ}^2$	0.380	0.006	0.400

Таблица 3: Предполагаемые параметры стерильного нейтрино.

По этим данным можно показать, как изменятся регистрируемые потоки на Земле от рассматриваемых астрофизических источников. Проделав аналогичные расчеты по приближению Грибова-Понтекорво для случая  $3 \times 3$  (только активные лептонные нейтрино), получаются следующие распределения потоков по составляющим:

$\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau$	$3 \times 3$	$4 \times 4$
1 : 0 : 0	(0.55, 0.20, 0.25)	(0.33, 0.21, 0.28, 0.18)
1 : 2 : 0	(0.32, 0.34, 0.34)	(0.25, 0.39, 0.29, 0.07)

Таблица 4: Сравнение потоков нейтрино. В левом столбце дано соотношение при рождении, в среднем – регистрируемое, но без учета возможного стерильного нейтрино, в правом – со стерильным.

### 3. Заключение

В рамках курсовой работы было изучено:

- Элементарная теория нейтринных осцилляций в вакууме на примере плосковолнового приближения;
- Вращение в комплексном пространстве и построение параметризации матрицы смешивания.

Результатами курсовой работы являются:

- Построенное приближение Грибова-Понтекорво для четырехнейтринного смешивания;
- Компьютерная программа, позволяющая рассчитывать потоки по углам смешивания и строить графики изменения этих потоков;
- Качественный анализ результатов экспериментов, доступных на сегодняшний день и оценка параметров стерильного нейтрино.

#### 3.1. Научные результаты

- Итак, при наличие четвертого нейтрино, поток электронных (солнечных) нейтрино от источника (1 : 0 : 0) заметно уменьшается, в то же время потоки  $\nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  изменяются незначительно (см. Таблица 4). Следовательно, в поисках стерильно нейтрино стоит обратить внимание не нехватку электронной компоненты.
- Вычислив отношение  $\nu_\mu / (\nu_e + \nu_\tau)$ , которое представляет интерес для нейтринной астрофизики высоких энергий, в обоих случаях, видно, что при наличие стерильного нейтрино, оно возрастает:

	3 × 3	4 × 4
$\frac{\nu_\mu}{\nu_e + \nu_\tau}$	0.51	0.63

Поэтому, характерной особенностью для внегалактических источников должен являться прирост этого отношения.

В заключении отметим, что, конечно, рассмотренная модель является далеко не полной (например, не учтен эффект от взаимодействия с веществом). Несмотря на это, она позволяет увидеть общую картину – наличие стерильного нейтрино с предложенными параметрами действительно влияет на наблюдения за астрофизическими объектами. А увеличение точности в будущих экспериментах позволит гораздо лучше оценить это влияние.

## Список литературы

- [1] Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва.
- [2] Ченг, Ли. Калибровочные теории в физике элементарных частиц, раздел 11.3, стр. 414.
- [3] S. Gariazzo, C. Giunti, M. Laveder, Y. F. Li and E. M. Zavanin, Light sterile neutrinos, J. Phys. G **43** (2016), 033001 doi:10.1088/0954-3899/43/3/033001 [arXiv:1507.08204 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1507.08204).
- [4] R.L. Workman et al.(Particle Data Group), Prog.Theor.Exp.Phys.2022, 083C01 (2022)
- [5] V. Barinov and D. Gorbunov, BEST impact on sterile neutrino hypothesis, Phys. Rev. D **105** (2022) no.5, L051703 doi:10.1103/PhysRevD.105.L051703 [arXiv:2109.14654 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/2109.14654)
- [6] J. M. Hardin, I. Martinez-Soler, A. Diaz, M. Jin, N. W. Kamp, C. A. Argüelles, J. M. Conrad and M. H. Shaevitz, New Clues About Light Sterile Neutrinos: Preference for Models with Damping Effects in Global Fits, [arXiv:2211.02610 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/2211.02610)
- [7] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube], Searching for eV-scale sterile neutrinos with eight years of atmospheric neutrinos at the IceCube Neutrino Telescope, Phys. Rev. D **102** (2020) no.5, 052009 doi:10.1103/PhysRevD.102.052009 [arXiv:2005.12943 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/2005.12943)
- [8] M. A. Acero *et al.* [NOvA], Search for Active-Sterile Antineutrino Mixing Using Neutral-Current Interactions with the NOvA Experiment, Phys. Rev. Lett. **127** (2021) no.20, 201801 doi:10.1103/PhysRevLett.127.201801 [arXiv:2106.04673 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/2106.04673)