

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ РАБОТА

**«Оптимизация поиска частиц новой  
физики при помощи электромагнитных  
резонаторов»**

Выполнил  
студент 2 курса 243м группы  
Сальников Дмитрий Владимирович

---

(подпись студента)

Научный руководитель:  
кандидат физ.-мат. наук, с.н.с. ОТФ ИЯИ РАН  
Сатунин Пётр Сергеевич

---

(подпись научного руководителя)

Допущен к защите 25.05.2023  
(дата)

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись зав. кафедрой)

Москва, 2023 г.

# Содержание

|                                                                              |           |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ВВЕДЕНИЕ</b>                                                              | <b>3</b>  |
| <b>1 СХЕМА МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА</b>                                           | <b>6</b>  |
| <b>2 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ</b>                                              | <b>9</b>  |
| 2.1 Взаимодействие аксионоподобных частиц с электромагнитным полем . . . . . | 9         |
| 2.2 Собственные моды резонатора . . . . .                                    | 9         |
| 2.3 Производство аксионоподобных частиц . . . . .                            | 11        |
| 2.4 Генерация сигнала . . . . .                                              | 12        |
| 2.4.1 Внешнее магнитное поле . . . . .                                       | 15        |
| 2.4.2 Внешняя мода накачки . . . . .                                         | 15        |
| 2.5 Чувствительность эксперимента . . . . .                                  | 16        |
| <b>3 ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА</b>                                | <b>19</b> |
| 3.1 RF+RF схема . . . . .                                                    | 19        |
| 3.2 SRF+SRF схема . . . . .                                                  | 21        |
| 3.3 SRF+RF схема . . . . .                                                   | 23        |
| 3.4 RF+SRF схема . . . . .                                                   | 25        |
| <b>ВЫВОДЫ</b>                                                                | <b>27</b> |

# ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена исследованию модели эксперимента «Свет сквозь стену» («Light-Shining-through-Wall», LSW) с электромагнитными резонаторами для поиска частиц новой физики, а именно аксионоподобных частиц.

Псевдоскалярная частица, называемая аксионом, была предложена в конце 1970-х годов для объяснения сильной CP-проблемы в квантовой хромодинамике [1, 2].

Аксионоподобные частицы («Axion-like-particles», ALPs) объединяют более широкий класс теорий, которые мотивированы теорией струн и фигурируют в ее низкоэнергетическом феноменологическом описании [3, 4, 5]. Дополнительной мотивацией для моделей физики элементарных частиц является то, что аксионы и аксионоподобные частицы представляют большой интерес для космологии, поскольку они могут составлять значительную долю темной материи во Вселенной [6, 7, 8].

Аксионы и аксионоподобные частицы описываются вещественным массивным псевдоскалярным полем  $a(x)$  с массой  $m_a$ . Они взаимодействуют с различными секторами частиц Стандартной модели, однако наиболее оптимальным для их поиска является взаимодействие с фотонами (в силу прецизионности электродинамики).

Лагранжиан взаимодействия аксионоподобных частиц с электромагнитным полем имеет вид:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu a \partial^\mu a - \frac{1}{2}m_a^2 a^2 - \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma} a F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (1)$$

где  $g_{a\gamma\gamma}$  – константа взаимодействия размерности  $\text{ГэВ}^{-1}$ ,

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta} \quad (2)$$

– дуальный тензор поля.

Здесь и далее используется естественная система единиц  $\hbar = c = k_B = 1$ . Для аксионов КХД константа взаимодействия и масса связаны соотношением

$$\frac{g_{a\gamma\gamma}}{10^{-10} \text{ГэВ}^{-1}} \simeq \frac{m_a}{\text{эВ}}. \quad (3)$$

Для аксионоподобных частиц параметры  $m_a$  и  $g_{a\gamma\gamma}$  являются независимыми. В данной работе рассматривается именно эта модель.

Основная стратегия поиска аксионов и аксионоподобных частиц связана с космологическим и астрофизическими исследованиями. Данные частицы могут быть обнаружены с помощью галоскопов, которые нацелены на обнаружение тёмной материи, и гелиоскопов, предназначенных для регистрации потока аксионоподобных частиц, генерирующихся за счёт взаимодействия

фотонов с электромагнитным полем ядер в Солнце за счёт эффекта Примакова (эксперимент CAST [9]).

Другой подход к наблюдению аксионоподобных частиц подразумевает их производство и последующее обнаружение в лаборатории, и обычно называется экспериментами «Свет сквозь стену» («Light-Shining-through-Wall», LSW) [10, 11, 12, 13]. Модель LSW-эксперимента состоит из двух электромагнитных резонаторов, разделенных непрозрачной стенкой. Аксионоподобные частицы образуются в первом резонаторе за счёт взаимодействия электромагнитных полей, проходят сквозь стенку и преобразовываются в фотоны в детектирующем резонаторе. Из-за чрезвычайно малой константы взаимодействия требуется высокая интенсивность исходного электромагнитного поля и резонансное усиление сигнала внутри резонаторов. Для LSW-схемы применимы два диапазона длин волн электромагнитных полей: установки оптического диапазона, включающие лазеры высокой интенсивности, и установки радиодиапазона, состоящие из радиочастотных резонаторов с высокими добротностями.

Обе идеи были реализованы в экспериментах ALPS (оптический диапазон) [14] и CROWS (радиодиапазон) [15]. Эти эксперименты установили ограничения  $g_{a\gamma\gamma} \simeq 10^{-7} \text{ ГэВ}^{-1}$  для широкого диапазона масс  $m_a$ . Однако эта граница на три порядка слабее, чем результаты гелиоскопа CAST:  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 6 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$  [9]. На данный момент лазерный эксперимент ALPS-II [16] находится в стадии разработки, и его прогнозируемая чувствительность превышает уровень CAST. На рисунке 1 показаны текущие ограничения на параметры аксион-фотонной модели [17].

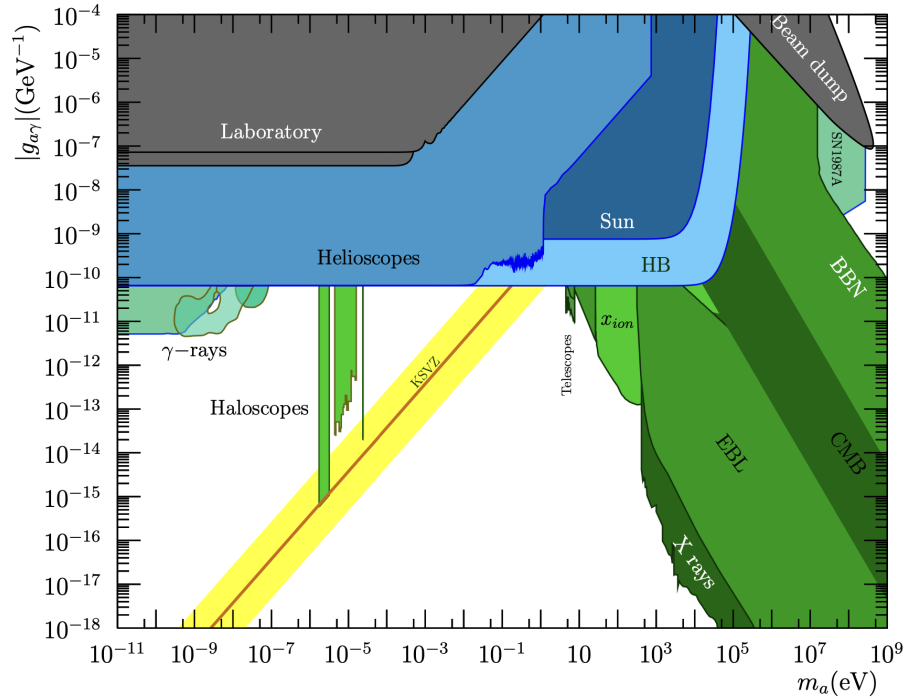


Рисунок 1 - Ограничения на параметры  $(m_a, g_{a\gamma\gamma})$  из различных экспериментов. Жёлтая прямая соответствует аксионам КХД.

Большой интерес представляют эксперименты LSW в радиодиапазоне, направленные на поиск аксионоподобных частиц [18]. Недавно в литературе появилось несколько предложений с радио-LSW экспериментами, включающими сверхпроводящие радиочастотные резонаторы (SRF) [19, 20, 21].

В этой работе сравниваются различные схемы эксперимента LSW, включая модификацию эксперимента CROWS с нормально проводящими резонаторами [13, 15], а также эксперименты со сверхпроводящими резонаторами [19, 20].

Цель работы заключается в определении наиболее оптимального подхода к поиску аксионоподобных частиц в экспериментах LSW с резонаторами. Для различных схем оценивается максимальная возможная достижимая чувствительность, также принимаются во внимание технические особенности установок. При этом для каждой схемы определяется оптимальная геометрия: взаимное расположение резонаторов (коаксиальное или параллельное) и отношение радиуса к их длине (рассматриваемая форма резонаторов цилиндрическая).

# 1 СХЕМА МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Модель рассматриваемой установки состоит из двух цилиндрических резонаторов, разделённых экранирующей стенкой (рисунок 2). В первом резонаторе (в дальнейшем эмиттер) создаются электромагнитные поля, при взаимодействии которых рождаются аксионоподобные частицы. Они могут беспрепятственно проникать сквозь стенку во второй резонатор (в дальнейшем ресивер), где создаётся внешнее электромагнитное поле. Взаимодействуя с этим полем, аксионоподобные частицы генерируют сигнальное электромагнитное поле, которое можно зарегистрировать. На том же рисунке представлены два варианта расположения: коаксиальное (оси резонаторов совпадают) и параллельное (оси резонаторов параллельны).

В данной работе рассматриваются два типа резонаторов: нормально проводящие радиочастотные резонаторы (RF) и сверхпроводящие радиочастотные резонаторы (SRF). Каждый тип имеет свои преимущества и недостатки как с точки зрения чувствительности эксперимента, так и с точки зрения технических особенностей. В таблице 1 приведены их основные характеристики. Преимуществом сверхпроводящего резонатора является высокая добротность  $Q$  и, соответственно, низкая мощность накачки  $P$ . Важным фактором для чувствительности является максимально достижимая амплитуда электромагнитных полей в резонаторах  $B_0$ . Для нормально проводящего резонатора эта величина связана с ограничением мощности, для сверхпроводящего - с критическим значением магнитного поля, при котором материал теряет свойство сверхпроводимости.

Для производства аксионоподобных частиц и их регистрации требуются электромагнитные поля с ненулевым скалярным произведением  $(\vec{E} \cdot \vec{B})$ . Для отдельной собственной моды это условие не выполняется. Нормально проводящий резонатор можно поместить во внешнее постоянное магнитное поле большой величины  $B_{\text{ext}} \sim 3$  Тл, в то время как сверхпроводящие стенки в силу эффекта Мейснера будут вытеснять внешнее магнитное поле из полости резонатора. Поэтому в сверхпроводящем резонаторе необходимо возбудить две различные собственные моды, для которых  $(\vec{E} \cdot \vec{B}) \neq 0$ .

| Тип резонатора | $B_0$   | $B_{\text{ext}}$ | $Q$       | $P$     |
|----------------|---------|------------------|-----------|---------|
| RF             | 0.01 Тл | 3 Тл             | $10^5$    | 100 кВт |
| SRF            | 0.1 Тл  | -                | $10^{10}$ | 0.1 кВт |

Таблица 1 - Сравнение характеристик нормально проводящего радиочастотного резонатора (RF) и сверхпроводящего радиочастотного резонатора (SRF)

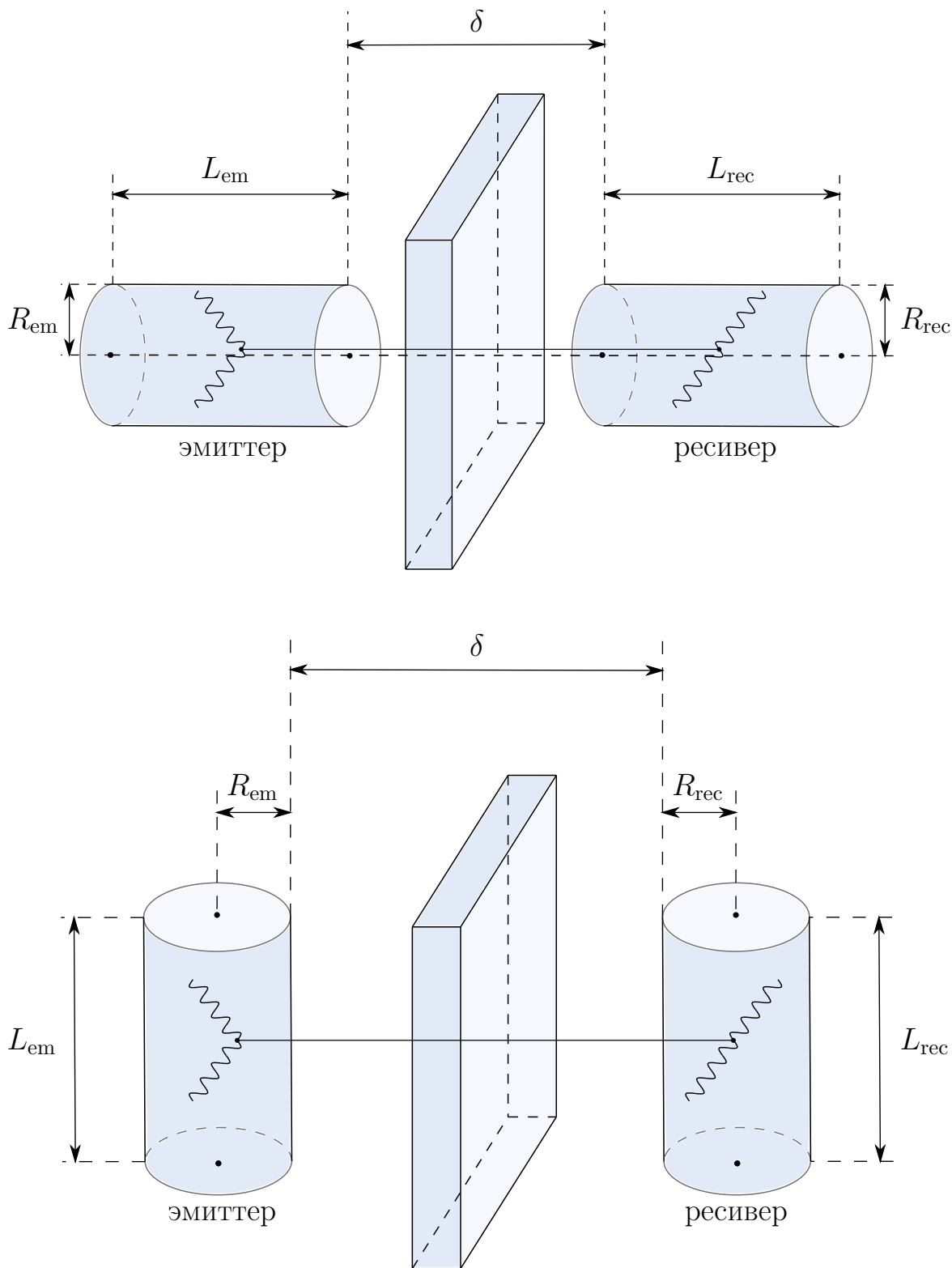


Рисунок 2 - Схема модели эксперимента для коаксиального (верхний рисунок) и параллельного (нижний рисунок) расположений. Эмиттер расположен слева от экранирующей стенки, ресивер справа. Радиус и длина эмиттера  $R_{em}$ ,  $L_{em}$ , радиус и длина ресивера  $R_{rec}$ ,  $L_{rec}$ . Расстояние между стенками резонаторов  $\delta$ .

В случае двух типов резонаторов можно рассмотреть четыре модели эксперимента:

1. Нормально проводящие эмиттер и ресивер [13]. Такую схему в дальнейшем будем обозначать «RF+RF». В данном случае в эмиттере возбуждается одна электромагнитная мода на частоте  $\omega_0$ , при этом оба резонатора помещены во внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{B}_{\text{ext}}$ . В таком случае сигнал в ресивере будет представлять собой ту же самую моду с частотой  $\omega_0$ . При этом требуется совпадение собственных частот резонаторов, а следовательно, совпадение их размеров, поэтому  $R_{\text{em}} = R_{\text{rec}} = R$ ,  $L_{\text{em}} = L_{\text{rec}} = L$ .
2. Сверхпроводящие эмиттер и ресивер [19]. Такую схему в дальнейшем будем обозначать «SRF+SRF». В данном случае в эмиттере возбуждается две электромагнитных моды на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . В ресивере при этом возбуждается одна из двух мод (например, на частоте  $\omega_1$ ) и детектируется другая (на частоте  $\omega_2$ ). Как и в первом случае, требуется совпадение размеров резонаторов:  $R_{\text{em}} = R_{\text{rec}} = R$ ,  $L_{\text{em}} = L_{\text{rec}} = L$ .
3. Сверхпроводящий эмиттер и нормально проводящий ресивер [20]. Такую схему в дальнейшем будем обозначать «SRF+RF». В данном случае в эмиттере возбуждается две электромагнитных моды на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , при этом ресивер помещен во внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{B}_{\text{ext}}$ . В таком случае сигнал в ресивере будет представлять собой некоторую моду на частоте  $\omega_0 = \omega_2 + \omega_1$  либо  $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$  (при этом  $\omega_2 > \omega_1$ ). В дальнейшем мы будем рассматривать только сигнал на частоте  $\omega_1 + \omega_2$ , поскольку в данном случае чувствительность схемы на порядок выше. Для выполнения условия  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ , необходимо подобрать размеры резонаторов специальным образом, при этом в общем случае  $R_{\text{em}} \neq R_{\text{rec}}$ ,  $L_{\text{em}} \neq L_{\text{rec}}$ . В качестве независимых параметров для данной схемы мы будем использовать размеры эмиттера  $R_{\text{em}}$ ,  $L_{\text{em}}$ , при этом размеры ресивера независимыми не будут.
4. Нормально проводящий эмиттер и сверхпроводящий ресивер. Такую схему в дальнейшем будем обозначать «RF+SRF». В данном случае в эмиттере возбуждается одна электромагнитная мода на частоте  $\omega_0$ , и он помещен во внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{B}_{\text{ext}}$ . В ресивере возбуждается мода на частоте  $\omega_1$ , при этом сигнал будет иметь частоту  $\omega_1 = \omega_0 - \omega_2$  (частоты подбираются так, чтобы  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ ). Размеры эмиттера и ресивера необходимо связать аналогичным образом, как в предыдущем пункте. В качестве независимых параметров для данной схемы мы будем использовать размеры ресивера  $R_{\text{rec}}$ ,  $L_{\text{rec}}$ , при этом размеры эмиттера независимыми не будут.

## 2 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

### 2.1 Взаимодействие аксионоподобных частиц с электромагнитным полем

Лагранжиану (1) соответствуют следующие уравнения движения:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_a^2) a = -\frac{1}{4} g_{a\gamma\gamma} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (4)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = -g_{a\gamma\gamma} \tilde{F}^{\mu\nu} \partial_\mu a \stackrel{\text{def}}{=} j_a^\nu. \quad (5)$$

Так как в дальнейшем речь пойдёт об электромагнитных полях в резонаторах, теория которых обычно формулируется в терминах электрических и магнитных полей, перепишем систему уравнений (4-5) в виде

$$(\square + m_a^2) a = g_{a\gamma\gamma} (\vec{E} \cdot \vec{B}), \quad (6)$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \rho_a, \quad [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \vec{j}_a + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (7)$$

где  $\rho_a$  и  $\vec{j}_a$  – плотности заряда и тока, соответствующие компонентам 4-вектора  $j_a^\nu$ :

$$\rho_a = -g_{a\gamma\gamma} (\vec{\nabla} a \cdot \vec{B}), \quad \vec{j}_a = g_{a\gamma\gamma} ([\vec{\nabla} a \times \vec{E}] + \dot{a} \vec{B}). \quad (8)$$

### 2.2 Собственные моды резонатора

Электромагнитные поля в резонаторах описываются уравнениями Максвелла без источников с граничными условиями для идеального проводника:

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0, \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) = 0, \quad (9)$$

$$[\vec{\nabla} \times \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (10)$$

$$[\vec{n} \times \vec{E}] \Big|_S = 0, \quad (\vec{n} \cdot \vec{B}) \Big|_S = 0. \quad (11)$$

Решением данной задачи является ряд по собственным модам:

$$\vec{E}(t, \vec{x}) = \text{Re} \left[ \sum_i A_i \vec{\mathcal{E}}_i(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_i t} \right], \quad \vec{B}(t, \vec{x}) = \text{Re} \left[ \sum_i A_i \vec{\mathcal{B}}_i(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_i t} \right], \quad (12)$$

где  $\omega_i$  – соответствующие частоты (при этом  $\omega_i^2$  – собственные значения оператора Лапласа в цилиндре с граничными условиями первого или второго

рода),  $\vec{\mathcal{E}}_i(\vec{x})$ ,  $\vec{\mathcal{B}}_i(\vec{x})$  - безразмерные комплексные вектор-функции, характеризующие пространственное распределение электрического и магнитного полей,  $A_i$  - комплексные амплитуды.

Разделяют ТМ- и ТЕ-моды. В случае ТМ-моды  $z$ -компонента магнитного поля тождественно равна нулю, в случае ТЕ-моды  $z$ -компонента электрического поля тождественно равна нулю. Каждая мода характеризуется тремя целыми числами  $n$ ,  $p$ ,  $q$ .

В случае ТМ $_{npq}$ -мод ( $n \geq 0$ ,  $p \geq 1$ ,  $q \geq 0$ ) собственные частоты имеют вид

$$\omega_{npq}^{\text{TM}} = \sqrt{k_\rho^2 + k_z^2}, \quad k_\rho = \frac{x_{np}}{R}, \quad k_z = \frac{q\pi}{L}, \quad (13)$$

где  $x_{np}$  -  $p$ -ый корень функции Бесселя  $J_n(x)$ , при этом соответствующие собственные функции равны

$$\mathcal{E}_z^{\text{TM}_{npq}} = J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos(k_z z), \quad (14)$$

$$\mathcal{E}_\rho^{\text{TM}_{npq}} = -\frac{k_z}{k_\rho} \cdot J'_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z), \quad (15)$$

$$\mathcal{E}_\varphi^{\text{TM}_{npq}} = -\frac{k_z}{k_\rho} \cdot \frac{n}{k_\rho \rho} \cdot J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z), \quad (16)$$

$$\mathcal{B}_z^{\text{TM}_{npq}} = 0, \quad (17)$$

$$\mathcal{B}_\rho^{\text{TM}_{npq}} = -\frac{i\omega}{k_\rho} \cdot \frac{n}{k_\rho \rho} \cdot J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \cos(k_z z), \quad (18)$$

$$\mathcal{B}_\varphi^{\text{TM}_{npq}} = \frac{i\omega}{k_\rho} \cdot J'_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos(k_z z). \quad (19)$$

Аналогично для ТЕ $_{npq}$ -мод ( $n \geq 0$ ,  $p \geq 1$ ,  $q \geq 1$ ):

$$\omega_{npq}^{\text{TE}} = \sqrt{k_\rho^2 + k_z^2}, \quad k_\rho = \frac{x'_{np}}{R}, \quad k_z = \frac{q\pi}{L}, \quad (20)$$

где  $x'_{np}$  -  $p$ -ый корень производной функции Бесселя  $J'_n(x)$ ,

$$\mathcal{B}_z^{\text{TE}_{npq}} = J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z), \quad (21)$$

$$\mathcal{B}_\rho^{\text{TE}_{npq}} = \frac{k_z}{k_\rho} \cdot J'_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos(k_z z), \quad (22)$$

$$\mathcal{B}_\varphi^{\text{TE}_{npq}} = \frac{k_z}{k_\rho} \cdot \frac{n}{k_\rho \rho} \cdot J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \cos(k_z z), \quad (23)$$

$$\mathcal{E}_z^{\text{TE}_{npq}} = 0, \quad (24)$$

$$\mathcal{E}_\rho^{\text{TE}_{npq}} = \frac{i\omega}{k_\rho} \cdot \frac{n}{k_\rho \rho} \cdot J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z), \quad (25)$$

$$\mathcal{E}_\varphi^{\text{TE}_{npq}} = -\frac{i\omega}{k_\rho} \cdot J'_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z). \quad (26)$$

Перечислим свойства собственных мод резонаторов, которые потребуются в дальнейшем (здесь  $n$  и  $m$  обозначают всевозможные  $\text{TM}_{npq}$  и  $\text{TE}_{npq}$  - моды):

1.  $[\vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{E}}_n] = i\omega_n \vec{\mathcal{B}}_n;$
2.  $[\vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{B}}_n] = -i\omega_n \vec{\mathcal{E}}_n;$
3.  $\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_n^* \cdot \vec{\mathcal{E}}_m) = \int_V d^3x (\vec{\mathcal{B}}_n^* \cdot \vec{\mathcal{B}}_m) = V\delta_{nm}$  - моды образуют ортогональную систему функций, объём выделен из соображений размерности;
4.  $\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_n^* \cdot \vec{\nabla} \varphi) = \int_V d^3x (\vec{\mathcal{B}}_n^* \cdot \vec{\nabla} \varphi) = 0$  - моды ортогональны произвольному потенциальному полю;
5. Набор мод является полным в системе бездивергентных векторных полей, удовлетворяющим граничным условиям;
6. Для любой моды выполнено  $(\vec{\mathcal{E}}_i \cdot \vec{\mathcal{B}}_i) \equiv 0$ .

### 2.3 Производство аксионоподобных частиц

Рассмотрим уравнение (6) в случае, когда поля в правой части являются внешними и имеют гармоническую зависимость от времени, что соответствует электромагнитным полям в резонаторе. Тогда функцию источника поля аксионоподобных частиц можно представить в виде

$$(\vec{E}(t, \vec{x}) \cdot \vec{B}(t, \vec{x})) = E_0 B_0 \text{Re} \left[ (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t} \right], \quad (27)$$

где  $E_0, B_0$  - характерные значения электрического и магнитного полей,  $(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})(\vec{x})$  - функция комплексных амплитуд мод резонатора,  $\omega$  - частота функции источника.

Тогда в установившемся режиме решение для поля аксионоподобных частиц будет иметь вид:  $a(t, \vec{x}) = \text{Re} [a(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t}]$ . Подставляя его в (6), получаем уравнение на комплексную амплитуду  $a(\vec{x})$ :

$$(\Delta + k_a^2) a(\vec{x}) = -g_{a\gamma\gamma} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})(\vec{x}), \quad (28)$$

где  $k_a^2 = \omega^2 - m_a^2$ . Уравнение (28) представляет собой неоднородное уравнение Гельмгольца.

Его решение при произвольном знаке  $k_a^2$  можно записать в виде:

$$a(t, \vec{x}) = g_{a\gamma\gamma} E_0 B_0 \text{Re} \left[ \int_V d^3x' (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})(\vec{x}') \frac{e^{ik_a|\vec{x}-\vec{x}'|-i\omega t}}{4\pi|\vec{x}-\vec{x}'|} \right], \quad (29)$$

при этом мы выбираем  $k_a \geq 0$  в случае  $k_a^2 \geq 0$  для выделения расходящейся волны, и  $k_a = i\kappa$ , где  $\kappa > 0$ , при  $k_a^2 < 0$  для выделения убывающего на бесконечности решения.

Найдём явный вид функции источника в случае моды во внешнем магнитном поле и в случае суперпозиции двух мод.

В случае одной моды  $\vec{\mathcal{E}}_0$  во внешнем поле  $\vec{B}_{\text{ext}}$  получаем

$$(\vec{E}(t, \vec{x}) \cdot \vec{B}(t, \vec{x})) = \left( E_0 \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot e^{-i\omega_0 t} \cdot B_0 \vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}} \right) = E_0 B_0 (\vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}}) \cdot e^{-i\omega_0 t}, \quad (30)$$

следовательно

$$(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})(\vec{x}) = (\vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}}), \quad (31)$$

где  $\vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}}$  - единичный вектор, направленный вдоль магнитного поля,  $E_0$  - амплитуда моды,  $B_0$  - величина внешнего магнитного поля.

В случае суперпозиции двух мод

$$(\vec{E}(t, \vec{x}) \cdot \vec{B}(t, \vec{x})) = \left( \text{Re} \left\{ E_0 \vec{\mathcal{E}}_1(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_1 t} + E_0 \vec{\mathcal{E}}_2(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_2 t} \right\} \cdot \right. \quad (32)$$

$$\left. \cdot \text{Re} \left\{ B_0 \vec{\mathcal{B}}_1(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_1 t} + B_0 \vec{\mathcal{B}}_2(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_2 t} \right\} \right). \quad (33)$$

где  $E_0$  и  $B_0$  - амплитуды мод. Используя формулу для вещественной части  $\text{Re } z = \frac{1}{2}(z + z^*)$ , полагая  $\omega_2 > \omega_1$ , и учитывая, что  $(\vec{\mathcal{E}}_m \cdot \vec{\mathcal{B}}_m) = 0$ , получим

$$(\vec{E}(t, \vec{x}) \cdot \vec{B}(t, \vec{x})) = E_0 B_0 \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} \left[ (\vec{\mathcal{E}}_1 \cdot \vec{\mathcal{B}}_2) + (\vec{\mathcal{E}}_2 \cdot \vec{\mathcal{B}}_1) \right] \cdot e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \right. \quad (34)$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left[ (\vec{\mathcal{E}}_1^* \cdot \vec{\mathcal{B}}_2) + (\vec{\mathcal{E}}_2 \cdot \vec{\mathcal{B}}_1^*) \right] \cdot e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} \right\} = \quad (35)$$

$$= E_0 B_0 \text{Re} \left[ (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})_+ \cdot e^{-i\omega_+ t} + (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})_- \cdot e^{-i\omega_- t} \right], \quad (36)$$

где  $\omega_{\pm} = \omega_2 \pm \omega_1$ ,

$$(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})_+ = \frac{1}{2} \left[ (\vec{\mathcal{E}}_1 \cdot \vec{\mathcal{B}}_2) + (\vec{\mathcal{E}}_2 \cdot \vec{\mathcal{B}}_1) \right], \quad (37)$$

$$(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})_- = \frac{1}{2} \left[ (\vec{\mathcal{E}}_1^* \cdot \vec{\mathcal{B}}_2) + (\vec{\mathcal{E}}_2 \cdot \vec{\mathcal{B}}_1^*) \right]. \quad (38)$$

Следовательно, в данном случае будет две компоненты поля аксионоподобных частиц на частотах  $\omega_{\pm}$ .

## 2.4 Генерация сигнала

Чтобы описать генерацию сигнального электромагнитного поля под действием внешнего тока, рассмотрим уравнения Максвелла с источниками и гра-

ничными условиями

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \rho_a, \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) = 0, \quad (39)$$

$$[\vec{\nabla} \times \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}_a, \quad (40)$$

$$[\vec{n} \times \vec{E}] \Big|_S = 0, \quad (\vec{n} \cdot \vec{B}) \Big|_S = 0. \quad (41)$$

Рассмотрим случай, когда в плотности зарядов и токов входят внешние поля, имеющие гармоническую зависимость от времени:

$$\rho_a(t, \vec{x}) = \text{Re} [\rho_a(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t}], \quad \vec{j}_a(t, \vec{x}) = \text{Re} [\vec{j}_a(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t}]. \quad (42)$$

Тогда в установившемся режиме

$$\vec{E}(t, \vec{x}) = \text{Re} [\vec{E}(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t}], \quad \vec{B}(t, \vec{x}) = \text{Re} [\vec{B}(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t}]. \quad (43)$$

Поля  $\vec{E}(\vec{x})$  и  $\vec{B}(\vec{x})$  можно разложить на потенциальные и соленоидальные компоненты. Потенциальные части  $\vec{E}_p$  и  $\vec{B}_p$  представляют собой градиенты скалярных полей, соленоидальные  $\vec{E}_s$  и  $\vec{B}_s$  можно разложить по собственным модам (в силу полноты этой системы функций). Следовательно,

$$\vec{E}(\vec{x}) = \sum_n A_n \vec{\mathcal{E}}_n(\vec{x}) - \vec{\nabla} \Phi_E, \quad \vec{B}(\vec{x}) = \sum_n B_n \vec{\mathcal{B}}_n(\vec{x}) - \vec{\nabla} \Phi_B. \quad (44)$$

Подставим разложения (44) в уравнения Максвелла (40). Воспользуемся тем, что ротор потенциальной части равен нулю и тем, что поля зависят от времени как  $e^{-i\omega t}$ , а также свойствами для мод 1 и 2:

$$\sum_n -i\omega_n B_n \vec{\mathcal{E}}_n = -i\omega \sum_n A_n \vec{\mathcal{E}}_n + i\omega \vec{\nabla} \Phi_E + \vec{j}_a. \quad (45)$$

$$\sum_n i\omega_n A_n \vec{\mathcal{B}}_n = i\omega \sum_n B_n \vec{\mathcal{B}}_n - i\omega \vec{\nabla} \Phi_B. \quad (46)$$

Проинтегрируем эти два уравнения по объёму резонатора вместе с некоторой модой  $\vec{\mathcal{E}}_s^*$ , используя свойства 3 и 4 (при этом интегралы с потенциальными частями обратятся в ноль):

$$\omega A_s - \omega_s B_s = -\frac{i}{V} \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a), \quad (47)$$

$$\omega_s A_s - \omega B_s = 0. \quad (48)$$

Решая систему на неизвестные  $A_s$  и  $B_s$ , получим

$$A_s = \frac{-i\omega}{\omega^2 - \omega_s^2} \cdot \frac{1}{V} \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a), \quad (49)$$

$$B_s = \frac{-i\omega_s}{\omega^2 - \omega_s^2} \cdot \frac{1}{V} \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a), \quad (50)$$

При  $\omega \rightarrow \omega_s$  необходимо учесть диссипации в системе:

$$\frac{1}{\omega^2 - \omega_s^2} \rightarrow \frac{1}{\omega^2 - \omega_s^2 + \frac{i\omega\omega_s}{Q}}. \quad (51)$$

Тогда окончательные амплитуды будут равны

$$A_s = \frac{-i\omega}{\omega^2 - \omega_s^2 + \frac{i\omega\omega_s}{Q}} \cdot \frac{1}{V} \int d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a), \quad (52)$$

$$B_s = \frac{-i\omega_s}{\omega^2 - \omega_s^2 + \frac{i\omega\omega_s}{Q}} \cdot \frac{1}{V} \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a). \quad (53)$$

Таким образом, общее решение уравнений Максвелла представляет собой ряд по всевозможным модам с амплитудами (52-53) в сумме с потенциальной частью. При этом в случае совпадения внешней частоты  $\omega$  с частотой собственной моды  $\omega_s$  амплитуда  $s$ -моды резонансно усиливается в  $Q$  раз по сравнению с модами на остальных частотах, что позволяет ими пренебречь. В случае резонанса амплитуда магнитного и электрического полей совпадают:

$$A_s = B_s = -\frac{Q}{\omega_s} \cdot \frac{1}{V} \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a) \equiv G. \quad (54)$$

При этом потенциальная часть электромагнитного поля так же подавлена по сравнению с резонансной модой. Уравнения, которым подчиняются потенциалы, можно получить, подставив разложения (44) в уравнения (39):

$$\Delta\Phi_E = -\rho_a, \quad \Delta\Phi_B = 0. \quad (55)$$

Граничные условия имеют вид:

$$[\vec{n} \times \vec{\nabla}\Phi_E] = 0, \quad (\vec{n} \cdot \vec{\nabla}\Phi_B) = 0. \quad (56)$$

Эти уравнения не зависят от  $\omega$  и ограничены, следовательно, их амплитуда не будет расти при резонансе. Это также следует из явного вида общего решения:

$$\Phi_B(\vec{x}) = C_1, \quad (57)$$

$$\Phi_E(\vec{x}) = \sum_m \frac{f_m(\vec{x})}{\omega_m^2 N_m^2} \cdot \frac{1}{V} \int d^3x' \rho_a(\vec{x}') f_m(\vec{x}') + C_2. \quad (58)$$

где  $m = \{n, p, q\}$ ,

$$\omega_{npq}^2 = k_\rho^2 + k_z^2, \quad k_\rho = \frac{x_{np}}{R}, \quad k_z = \frac{q\pi}{L}, \quad (59)$$

$$f_{npq}(\vec{x}) = J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{l} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin(k_z z), \quad (60)$$

$$N_m^2 = \frac{1}{V} \int_V d^3x f_m^2(\vec{x}). \quad (61)$$

Таким образом, резонансное (при  $\omega = \omega_s$ ) решение имеет вид

$$\vec{E}(\vec{x}) = G\vec{\mathcal{E}}_s(\vec{x}), \quad (62)$$

$$\vec{B}(\vec{x}) = G\vec{\mathcal{B}}_s(\vec{x}), \quad (63)$$

где амплитуда  $G$  определяется уравнением (54).

Преобразуем интеграл в формуле для амплитуды (54) в случаях внешнего постоянного магнитного поля и внешней моды накачки.

#### 2.4.1 Внешнее магнитное поле

В случае внешнего постоянного магнитного поля  $\vec{B} = B_0 \vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}}$ ,  $\vec{E} = 0$ , где  $B_0$  - величина внешнего постоянного магнитного поля, зависимость поля аксионоподобных частиц от времени  $a \sim e^{-i\omega_0 t}$ , где  $\omega_0$  - частота моды накачки эмиттера.

Плотность тока при этом равна

$$\vec{j}_a = -g_{a\gamma\gamma}([\vec{E} \times \vec{\nabla}a] - \vec{B}\dot{a}) = -i\omega g_{a\gamma\gamma}B_0\vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}}a. \quad (64)$$

Соответствующий интеграл имеет вид

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a) = -i\omega g_{a\gamma\gamma}B_0 \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s \cdot \vec{\mathcal{B}}_{\text{ext}})^* a. \quad (65)$$

#### 2.4.2 Внешняя мода накачки

Рассмотрим случай внешней частоты аксионоподобных частиц  $\omega_+ = \omega_1 + \omega_2$ . Пусть мода накачки имеет частоту  $\omega_1$ , сигнальная мода имеет частоту  $\omega_2$ . В этом случае  $\vec{E} = E_0 \vec{\mathcal{E}}_1 \cdot e^{-i\omega_1 t}$ ,  $\vec{B} = B_0 \vec{\mathcal{B}}_1 \cdot e^{-i\omega_1 t}$ , ( $E_0 = B_0$  - амплитуда моды накачки ресивера), зависимость поля аксионоподобных частиц от времени  $a \sim e^{-i\omega_+ t}$ .

Тогда компонента плотности тока с частотой  $\omega_2$  может быть вычислена следующим образом

$$\vec{j}_a = -g_{a\gamma\gamma}([\vec{E} \times \vec{\nabla}a] - \vec{B}\dot{a}) = \quad (66)$$

$$= -g_{a\gamma\gamma}B_0 \text{Re} \left[ \frac{1}{2} \left( [\vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\nabla}a] + i\omega_+ \vec{\mathcal{B}}_1^* a \right) \cdot e^{-i\omega_2 t} \right]. \quad (67)$$

Теперь рассмотрим искомый интеграл, где в качестве сигнальной моды будет  $\vec{\mathcal{E}}_2^*$ :

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot \vec{j}_a) = -g_{a\gamma\gamma}B_0 \int_V d^3x \frac{1}{2} \left( \vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot \left( [\vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\nabla}a] + i\omega_+ \vec{\mathcal{B}}_1^* a \right) \right). \quad (68)$$

Преобразуем первый член в плотности тока с  $\vec{\mathcal{E}}_1^*$  с помощью формулы Стокса:

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot [\vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\nabla} a]) = \int_V d^3x \epsilon_{ijk} \vec{\mathcal{E}}_2^{*i} \vec{\mathcal{E}}_1^{*j} \partial^k a = \quad (69)$$

$$= \oint_S d\sigma n^k \epsilon_{ijk} \vec{\mathcal{E}}_2^{*i} \vec{\mathcal{E}}_1^{*j} a - \int_V d^3x a \epsilon_{ijk} \partial^k (\vec{\mathcal{E}}_2^{*i} \vec{\mathcal{E}}_1^{*j}). \quad (70)$$

В силу граничных условий, поверхностный интеграл равен нулю. Преобразуем интеграл по объёму:

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot [\vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\nabla} a]) = - \int_V d^3x a \epsilon_{ijk} (\partial^k \vec{\mathcal{E}}_2^{*i} \vec{\mathcal{E}}_1^{*j} + \vec{\mathcal{E}}_2^{*i} \partial^k \vec{\mathcal{E}}_1^{*j}) = \quad (71)$$

$$= - \int_V d^3x a \{ ([\vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{E}}_2^*] \cdot \vec{\mathcal{E}}_1^*) - ([\vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{E}}_1^*] \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*) \}. \quad (72)$$

Воспользуемся свойством 1 (с учётом комплексного сопряжения):

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot [\vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\nabla} a]) = - \int_V d^3x a \{ (-i\omega_2 \vec{\mathcal{B}}_2^* \cdot \vec{\mathcal{E}}_1^*) - (-i\omega_1 \vec{\mathcal{B}}_1^* \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*) \} = \quad (73)$$

$$= \int_V d^3x a \{ i\omega_2 (\vec{\mathcal{B}}_2^* \cdot \vec{\mathcal{E}}_1^*) - i\omega_1 (\vec{\mathcal{B}}_1^* \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*) \}. \quad (74)$$

Теперь мы можем вычислить интеграл целиком, пользуясь равенством  $\omega_+ = \omega_1 + \omega_2$

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot \vec{j}_a) = -ig_{a\gamma\gamma} \omega_2 B_0 \int_V d^3x a \cdot \frac{1}{2} [(\vec{\mathcal{E}}_1^* \cdot \vec{\mathcal{B}}_2^*) + (\vec{\mathcal{E}}_2^* \cdot \vec{\mathcal{B}}_1^*)] = \quad (75)$$

$$= -ig_{a\gamma\gamma} \omega_2 B_0 \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})_+^* a. \quad (76)$$

Видим, что структура аналогична формуле предыдущей секции: под интегралом вместе с аксионным полем стоит  $(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})^*$ . В квантовом подходе такое выражение возникает автоматически из матричного элемента.

Таким образом, в общем случае можно записать

$$\int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a) = -i\omega_s g_{a\gamma\gamma} B_0 \int_V d^3x (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})^*(\vec{x}) a, \quad (77)$$

где  $(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}})^*$  определяется способом детектирования,  $B_0$  – характерное магнитное поле в ресивере,  $\omega_s$  – частота сигнальной моды.

## 2.5 Чувствительность эксперимента

Вычислим чувствительность экспериментальной модели. Отношение сигнал-шум определяется с помощью радиометрического уравнения

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} \sqrt{t \Delta\nu}, \quad (78)$$

где  $P_{\text{signal}}$  - мощность сигнала,  $P_{\text{noise}}$  - мощность шума,  $t$  - время измерений,  $\Delta\nu$  - ширина сигнала, которая связана с частотой дискретизации согласно теореме Найквиста. Для регистрации события требуется значение  $\text{SNR} \simeq 5$ .

Мы рассматриваем простейший вариант тепловых шумов, мощность которых при  $T \gg \omega_s$  описывается выражением

$$P_{\text{noise}} = T \Delta\nu. \quad (79)$$

Обычно в качестве ширины сигнала рассматривается ширина собственной моды резонатора  $\Delta\nu = \nu_s/Q_{\text{rec}}$ , где  $Q_{\text{rec}}$  - добротность ресивера,  $\nu_s$  - частота сигнала, однако технически возможно использовать генератор с более узкой полосой пропускания, с помощью чего можно добиться  $\Delta\nu \sim 1/t$  [21].

Мощность сигнала - это энергия, запасённая за время релаксации  $Q_{\text{rec}}/\omega$ :

$$P_{\text{signal}} = \frac{\omega_s}{Q_{\text{rec}}} \left\langle \int_{V_{\text{rec}}} d^3x |\vec{E}|^2 \right\rangle_t. \quad (80)$$

Как было показано, в резонансе генерируется сигнальная мода с амплитудой  $G$  (определённая в (54)). Тогда

$$P_{\text{signal}} = \frac{\omega_s}{Q_{\text{rec}}} \left\langle \int_{V_{\text{rec}}} d^3x |\vec{E}|^2 \right\rangle_t = \frac{\omega}{Q_{\text{rec}}} \cdot \frac{1}{2} V_{\text{rec}} |G|^2, \quad (81)$$

где фактор  $1/2$  связан с усреднением по времени.

Находим амплитуду поля  $G$  после подстановки всех вычисленных ранее выражений

$$G = -\frac{Q_{\text{rec}}}{\omega_s} \cdot \frac{1}{V_{\text{rec}}} \int_{V_{\text{rec}}} d^3x (\vec{\mathcal{E}}_s^* \cdot \vec{j}_a) = \frac{iQ_{\text{rec}} g_{a\gamma\gamma}^2 E_0^{\text{em}} B_0^{\text{em}} B_0^{\text{rec}} V_{\text{em}} \mathcal{G}}{d}. \quad (82)$$

где

$$\mathcal{G} = \int_{V_{\text{rec}}} \frac{d^3x}{V_{\text{rec}}} \int_{V_{\text{em}}} \frac{d^3x'}{V_{\text{em}}} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{B})^*(\vec{x}) \cdot (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{B})(\vec{x}') \cdot \frac{e^{ik_a|\vec{x}-\vec{x}'-\vec{d}|}}{4\pi} \frac{d}{|\vec{x}-\vec{x}'-\vec{d}|}. \quad (83)$$

Здесь  $\mathcal{G}$  - безразмерный геометрический форм-фактор, который зависит от распределения полей внутри резонаторов и волнового числа аксионоподобных частиц,  $\vec{d}$  - вектор, соединяющий начала координат, связанные с резонаторами,  $d$  - его модуль.  $E_{\text{em}}^0$ ,  $B_{\text{em}}^0$  - характерные значения электрического и магнитного полей в эмиттере,  $B_{\text{rec}}^0$  - характерное значение внешнего поля в ресивере.  $V_{\text{em}}$  и  $V_{\text{rec}}$  - объёмы эмиттера и ресивера.

Выражая из полученных формул константу взаимодействия  $g_{a\gamma\gamma}$ , получим уравнение

$$g_{a\gamma\gamma} = \left[ \frac{2d^2 T \text{SNR}}{\omega_s Q_{\text{rec}} E_{0,\text{em}}^2 B_{0,\text{em}}^2 B_{0,\text{rec}}^2 V_{\text{em}}^2 V_{\text{rec}} |\mathcal{G}|^2} \right]^{\frac{1}{4}} \left( \frac{\Delta\nu}{t} \right)^{\frac{1}{8}}. \quad (84)$$

Оно связывает константу взаимодействия  $g_{a\gamma\gamma}$  и массу аксионоподобных частиц  $m_a$  (от которой зависит форм-фактор  $\mathcal{G}$ ). Эта зависимость имеет следующий смысл: если аксионоподобные частицы имеют такие параметры, соответствующая точка которых на плоскости лежит выше графика  $g_{a\gamma\gamma}(m_a)$ , — они могут быть зарегистрированы данной установкой. Поэтому если сигнал не будет зарегистрирован при соблюдении всех указанных условий, то мы сможем исключить параметры модели выше указанной кривой.

Интеграл в формуле (83) представляет собой шестимерный интеграл от осциллирующей функции. Его можно вычислить методом Монте-Карло, однако не для всех геометрий это можно сделать с высокой точностью при максимальном  $k_a = \omega_a$  (то есть при  $m_a \rightarrow 0$ ). Но в коаксиальном и параллельном случаях размерность области интегрирования можно уменьшить, используя разложение сферической волны в интеграл Фурье и интегрирование по комплексной плоскости. В результате в случае RF+RF схемы можно получить одномерный интеграл, для SRF+SRF трёхмерный, и двумерный в смешанных схемах. Это позволяет производить вычисления с требуемой точностью.

### 3 ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Сравним эффективность четырех различных экспериментальных моделей описанных в разделе 1, и исследуем зависимость чувствительности от геометрии экспериментальных установок.

#### 3.1 RF+RF схема

Исследуем чувствительность RF+RF схемы при характерных объемах эмиттера и ресивера  $V_{\text{rec}} = V_{\text{em}} \simeq 1 \text{ м}^3$  и добротности ресивера  $Q_{\text{rec}} \simeq 10^5$ . Стоит отметить, что добротность эмиттера  $Q_{\text{em}}$  может быть меньше в несколько раз [22], чем добротность ресивера  $Q_{\text{rec}} \simeq 10^5$  из-за высокой мощности моды накачки. Однако эта величина не влияет напрямую на чувствительность, а определяет мощность накачки эмиттера. При характерной величине соответствующей амплитуды  $E_0^{\text{em}} = 3 \text{ МВ/м}$  ( $B_0^{\text{em}} = 0,01 \text{ Тл}$ ) мощность эмиттера составляет  $P_{\text{em}} \sim 100 \text{ кВт}$ . Такая мощность является достижимой, однако относительно сверхпроводящих резонаторов (для которых типичная мощность для сравнимых объёмов и амплитуд составляет  $0,1 \text{ кВт}$ ) эта величина является достаточно большой, что представляется существенным недостатком данной схемы. Типичное значение статического магнитного поля принимается как  $B_0^{\text{em}} = B_0^{\text{rec}} = 3 \text{ Тл}$ . Расстояние между стенками эмиттера и ресивера составляет  $\delta \simeq 0.5 \text{ м}$ . Мода накачки эмиттера и сигнальная мода ресивера –  $\text{TM}_{010}$ .

Характерная для всех случаев зависимость чувствительности от массы для конкретной установки представлена на рисунке 3 (нижний график). При малых массах  $m_a \ll \omega_a$  (где  $\omega_a$  - энергия аксионоподобных частиц, которая в данном случае совпадает с энергией собственной моды накачки  $\omega_0$ ), величина  $g_{a\gamma\gamma}$  выходит на некоторое постоянное значение. При увеличении массы  $g_{a\gamma\gamma}$  убывает (чувствительность растёт) и достигает минимального (наилучшего) значения при  $m_a = \omega_a$ . Далее при  $m_a > \omega_a$ , чувствительность экспоненциально убывает в силу того, что волновой вектор становится чисто мнимым. У данной зависимости есть два характерных значения: чувствительность при малых массах  $g_{a\gamma\gamma}(m_a \ll \omega_a)$  - случай ультрарелятивистских аксионоподобных частиц, и чувствительность при массе, равной энергии  $g_{a\gamma\gamma}(m_a \simeq \omega_a)$  - случай покоящихся аксионоподобных частиц. Несмотря на то, что наилучшая чувствительность достигается при  $m_a \simeq \omega_a$ , величина  $g_{a\gamma\gamma}(m_a \ll \omega_a)$  рассматривается как более важная характеристика установки, поскольку она справедлива в более широком диапазоне масс:  $m_a \lesssim \omega_a/2$ .

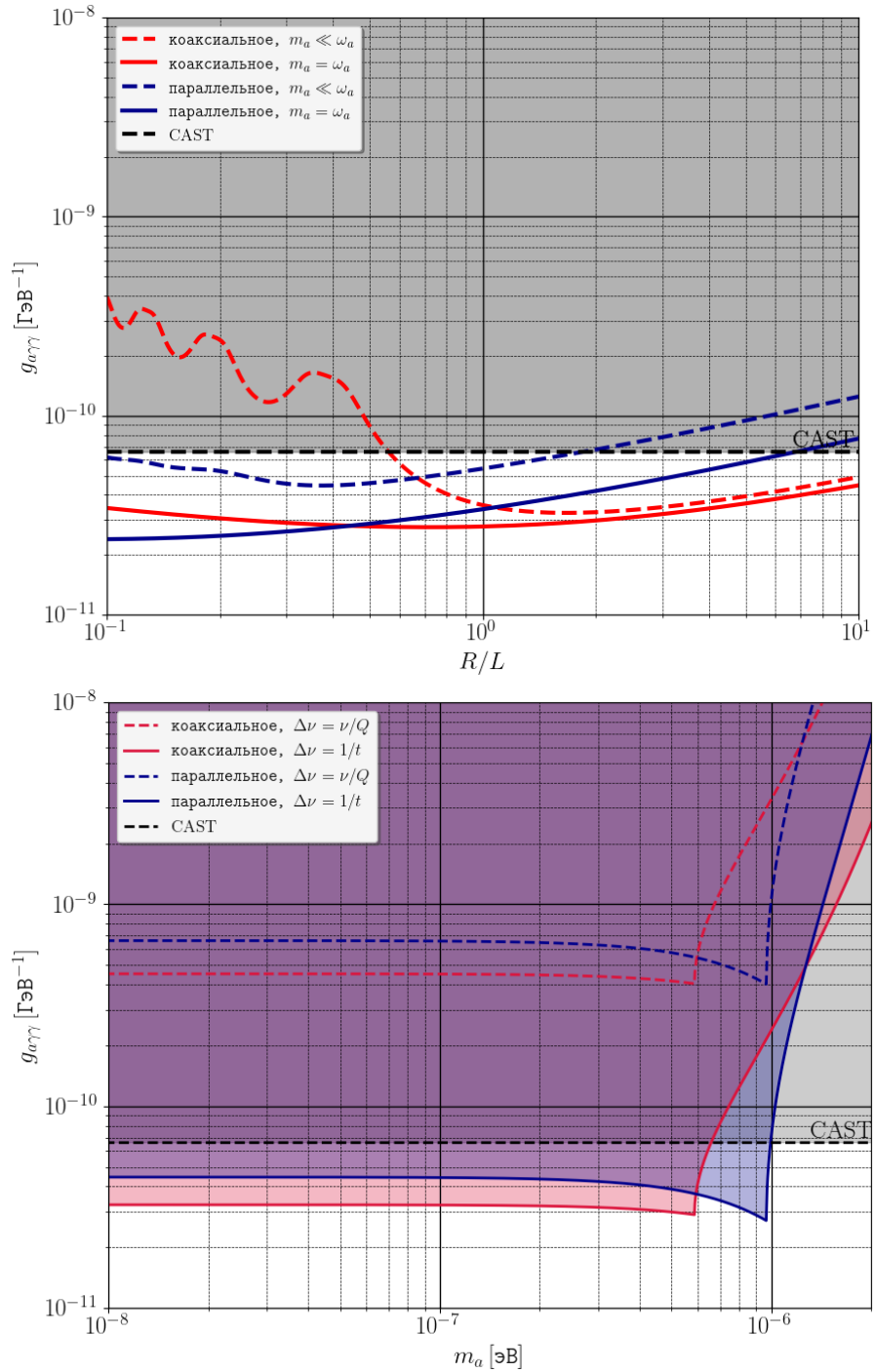


Рисунок 3 - Чувствительность RF+RF схемы для коаксиального (красный цвет) и параллельного (синий цвет) расположений. Мода накачки эмиттера и сигнальная мода ресивера –  $TM_{010}$ . Верхний график: зависимость от отношения радиуса резонаторов к их длине  $R/L$  при фиксированном объёме  $V_{\text{em}} = V_{\text{res}} = 1 \text{ м}^3$  для случаев  $m_a \ll \omega_a$  (пунктирные линии) и  $m_a = \omega_a$  (сплошные линии). Нижний график: зависимость от массы аксионоподобных частиц  $m_a$  при оптимальных отношениях  $R/L$  (при которых достигается минимум  $g_{a\gamma\gamma}$  для малых масс  $m_a \ll \omega_a$ ): для коаксиального ( $R/L \simeq 1.67$ ,  $R \simeq 0.81 \text{ м}$ ,  $L \simeq 0.49 \text{ м}$ ) и параллельного ( $R/L \simeq 0.37$ ,  $R \simeq 0.49 \text{ м}$ ,  $L \simeq 1.32 \text{ м}$ ) расположений. Расстояние между стенками резонаторов  $\delta = 0.5 \text{ м}$ . Время измерений  $t = 10^6 \text{ с}$ . Температура ресивера  $T = 1.5 \text{ К}$ .

На рисунке 3 (верхний график) представлена ожидаемая чувствительность установки в зависимости от  $R/L$  (при фиксированном объёме) для параллельного и коаксиального расположений резонаторов (см. рисунок 2). Рассматриваются два случая: чувствительность при массах аксионоподобных частиц  $m_a \ll \omega_a$  и  $m_a \simeq \omega_a$ . Ширина спектра сигнала выбирается как  $\Delta\nu = 1/t$ . Согласно этому графику коаксиальное расположение при  $R/L \gtrsim 1$  более предпочтительно, так как чувствительность при  $m_a \ll \omega_a$  лучше, чем при параллельном расположении, хотя и незначительно: на фактор  $\mathcal{O}(1)$ . Также отметим, что в этом случае типичные ожидаемые значения для масс  $m_a \ll \omega_a$  и  $m_a \simeq \omega_a$  совпадают по порядку величины на уровне  $g_{a\gamma\gamma} \simeq 3 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$ . При этом существует заметная разница между ожидаемыми значениями чувствительности при  $m_a \ll \omega_a$  и  $m_a \simeq \omega_s$  для коаксиального расположения при  $R/L < 1$  и для параллельного расположения при произвольных  $R/L$ . Из условия минимума зависимости от  $R/L$  при  $m_a \ll \omega_a$ , найдём оптимальное отношение радиуса к длине:  $R/L \simeq 1,67$  для коаксиального расположения и  $R/L \simeq 0,37$  для параллельного.

Стоит отметить, что  $Q_{\text{rec}}$  зависит от выбранной моды и геометрии резонатора как  $Q_{\text{rec}} = \omega_s/R_s \cdot V_{\text{rec}}/S_{\text{rec}} \propto \sqrt{\omega_s} V_{\text{rec}}/S_{\text{rec}}$ , где  $R_s$  - поверхностное сопротивление, а  $S_{\text{rec}}$  - площадь поверхности ресивера [23]. Это стоит учитывать при рассмотрении зависимости чувствительности от геометрии резонаторов.

На рисунке 3 (нижний график) представлена зависимость чувствительности двух установок от массы  $m_a$  для коаксиального и параллельного расположений резонаторов при оптимальных соотношениях  $R/L$ . Рассматриваются два варианта ширины спектра сигнала  $\Delta\nu \simeq \nu/Q_{\text{rec}}$  (пунктирные линии) и  $\Delta\nu \simeq 1/t$  (сплошные линии), где  $t \simeq 10^6 \text{ с}$  - типичное время измерения. Консервативная полоса пропускания резонатора  $\Delta\nu \simeq \nu/Q_{\text{rec}}$  дает ожидаемый предел  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 5 \times 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-1}$ , что на порядок слабее ограничения CAST [9]. Однако оптимистичная ширина сигнала  $\Delta\nu \simeq 1/t$  может обеспечить ожидаемую чувствительность  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 3 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$  для  $m_a \lesssim \omega_a/2$ , что улучшает ограничения CAST. Таким образом, узкая ширина спектра сигнала является важным фактором для улучшения чувствительности.

## 3.2 SRF+SRF схема

Рассмотрим чувствительности второй SRF+SRF-схемы. Величина поверхностных амплитуд мод накачки равна  $B_0^{\text{em,rec}} \lesssim 0,1 \text{ Тл}$  ( $E_0^{\text{em,rec}} \lesssim 30 \text{ МВ/м}$ ), чтобы избежать разрушения состояния сверхпроводимости. Объем эмиттера и ресивера  $V_{\text{rec}} = V_{\text{em}} \simeq 1 \text{ м}^3$ , их добротности  $Q \simeq 10^{10}$ . Стоит отметить, что такая высокая добротность требует особо тонкую настройку размеров резонаторов для совпадения собственных частот, это является технической сложностью, которую требуется решить [24]. Ожидаемая мощность эмиттера составляет  $P_{\text{em}} \simeq 0,1 \text{ кВт}$ . На рисунке 4 представлены аналогичные графики, как для предыдущей схемы.

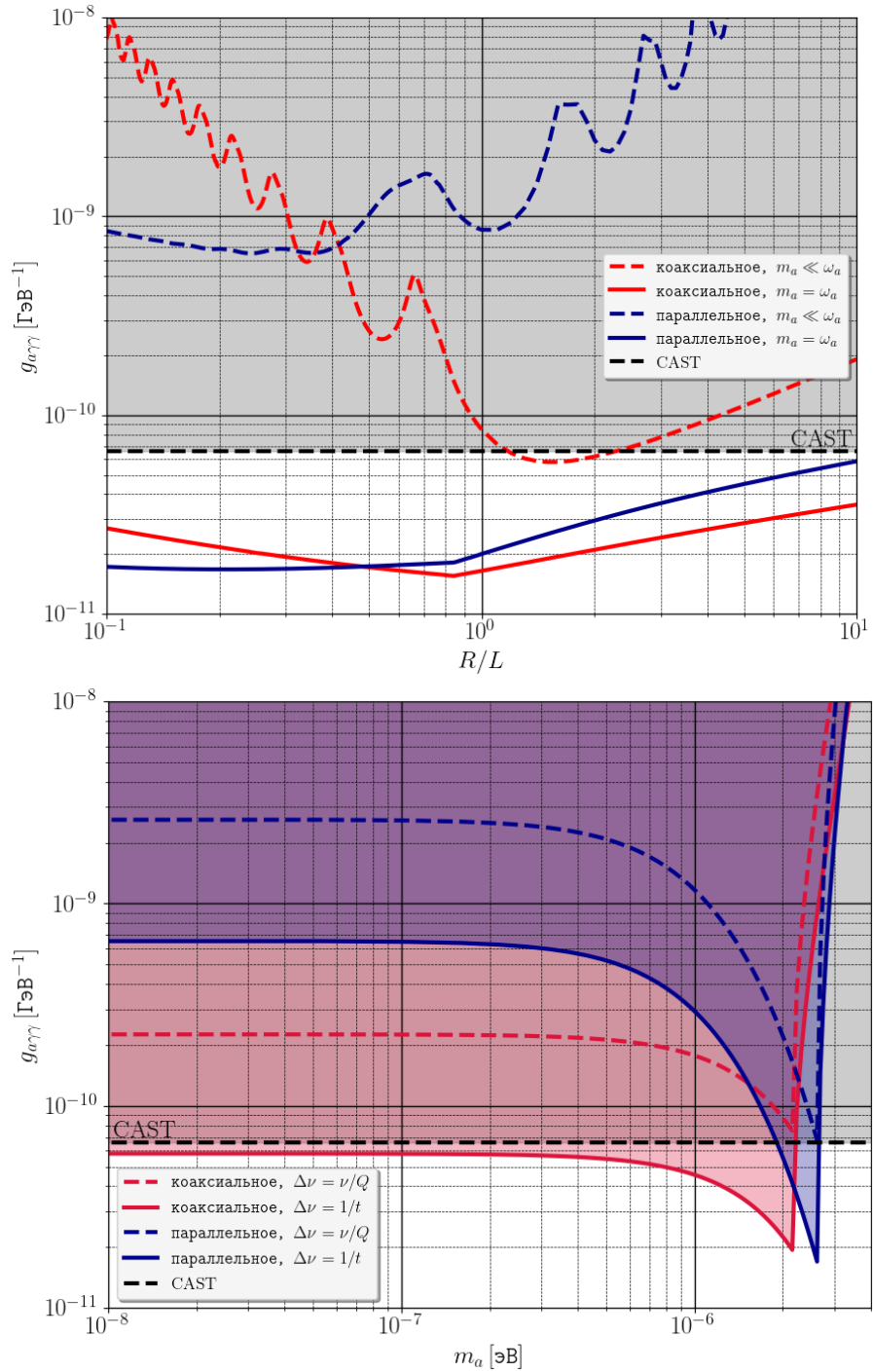


Рисунок 4 - Чувствительность SRF+SRF схемы для коаксиального (красный цвет) и параллельного (синий цвет) расположений. Моды накачки эмиттера –  $TM_{010}$  и  $TE_{011}$ , мода накачки ресивера –  $TM_{010}$ , сигнальная мода ресивера –  $TE_{010}$ . Верхний график: зависимость от отношения радиуса резонаторов к их длине  $R/L$  при фиксированном объёме  $V_{em} = V_{res} = 1 \text{ м}^3$  для случаев  $m_a \ll \omega_a$  (пунктирные линии) и  $m_a = \omega_a$  (сплошные линии). Нижний график: зависимость от массы аксионоподобных частиц  $m_a$  при оптимальных отношениях  $R/L$  (при которых достигается минимум  $g_{a\gamma\gamma}$  для малых масс  $m_a \ll \omega_a$ ): для коаксиального ( $R/L \simeq 1.60$ ,  $R \simeq 0.80 \text{ м}$ ,  $L \simeq 0.50 \text{ м}$ ) и параллельного ( $R/L \simeq 0.35$ ,  $R \simeq 0.48 \text{ м}$ ,  $L \simeq 1.37 \text{ м}$ ) расположений. Расстояние между стенками резонаторов  $\delta = 0.5 \text{ м}$ . Время измерений  $t = 10^6 \text{ с}$ . Температура ресивера  $T = 1.5 \text{ К}$ .

На рисунке 4 (верхний график) показана ожидаемая чувствительность в зависимости от отношения радиуса эмиттера к длине  $R/L$ . Как и в предыдущем случае, учитывается зависимость добротности  $Q_{\text{rec}}$  от геометрии резонатора, которая в случае сверхпроводника имеет вид:  $Q_{\text{rec}} = \omega_s/R_s \cdot V_{\text{rec}}/S_{\text{rec}} \propto \omega_s^{-1} V_{\text{rec}}/S_{\text{rec}}$  [25]. Оптимальная величина  $R/L$  для коаксиального расположения и  $m_a \ll \omega_a$  равна  $R/L \simeq 1,6$ . Ожидаемая чувствительность при этом составляет  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 5 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$ , что сопоставимо с текущими ограничениями CAST.

Для параллельного расположения резонаторов оптимальное отношение радиуса к длине составляет  $R/L \simeq 0,35$  при  $m_a \ll \omega_a$ . При этом чувствительность  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 6 \times 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-1}$  значительно хуже CAST.

На рисунке 4 (нижний график) представлена зависимость  $g_{a\gamma\gamma}$  от массы  $m_a$ . Заметим, что чувствительность имеет резкий пик при  $m_a \simeq \omega_a$  как для коаксиального, так и для параллельного расположений.

Стоит отметить, что для SRF-ресивера технической сложностью может стать выделение сигнальной моды слабой мощности на фоне моды накачки большой амплитуды и близкой частоты. Чтобы решить эту проблему, можно рассмотреть геометрию ресивера в форме «бутылки», аналогичную той, которая обсуждалась в [21].

### 3.3 SRF+RF схема

Следующая установка, которую мы рассматриваем, состоит из SRF-эмиттера с двумя модами накачки и RF-ресивера, помещённого во внешнее постоянное магнитное поле [20, 26].

Мотивация к рассмотрению такой схемы заключается в том, что она обладает техническими преимуществами рассмотренных ранее схем (малая мощность эмиттера и относительно простое выделение сигнала).

На рисунке 5 представлена чувствительность этого типа эксперимента для характерного объема эмиттера  $V_{\text{em}} \simeq 1 \text{ м}^3$  и его добротности  $Q_{\text{em}} \simeq 10^{10}$ . Амплитуды мод накачки эмиттера составляют  $B_0^{\text{em}} = 0,1 \text{ Тл}$  ( $E_0^{\text{em}} = 30 \text{ МВ/м}$ ), чтобы избежать разрушения сверхпроводящего состояния. Ожидаемая мощность эмиттера  $P_{\text{em}} \simeq 0,1 \text{ кВт}$ . Расстояние между стенками приемника и излучателя составляет  $\delta = 0,5 \text{ м}$ . Рассматриваются  $\text{TM}_{010}$  и  $\text{TE}_{011}$  моды накачки эмиттера и  $\text{TM}_{010}$  сигнальная мода ресивера. При этом ресивер должен быть меньше эмиттера для того, чтобы выполнялось равенство частот  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_s$ .

На рисунке 5 (верхний график) представлена типичная ожидаемая чувствительность в зависимости от  $R/L$  для эмиттера. Стоит отметить, что соответствующие значения  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 3,0 \times 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-1}$  полностью исключаются ограничениями CAST. Это также можно увидеть на нижнем графике, где представлены чувствительность в области параметров  $(g_{a\gamma\gamma}, m_a)$  для наиболее оптимальных геометрий.

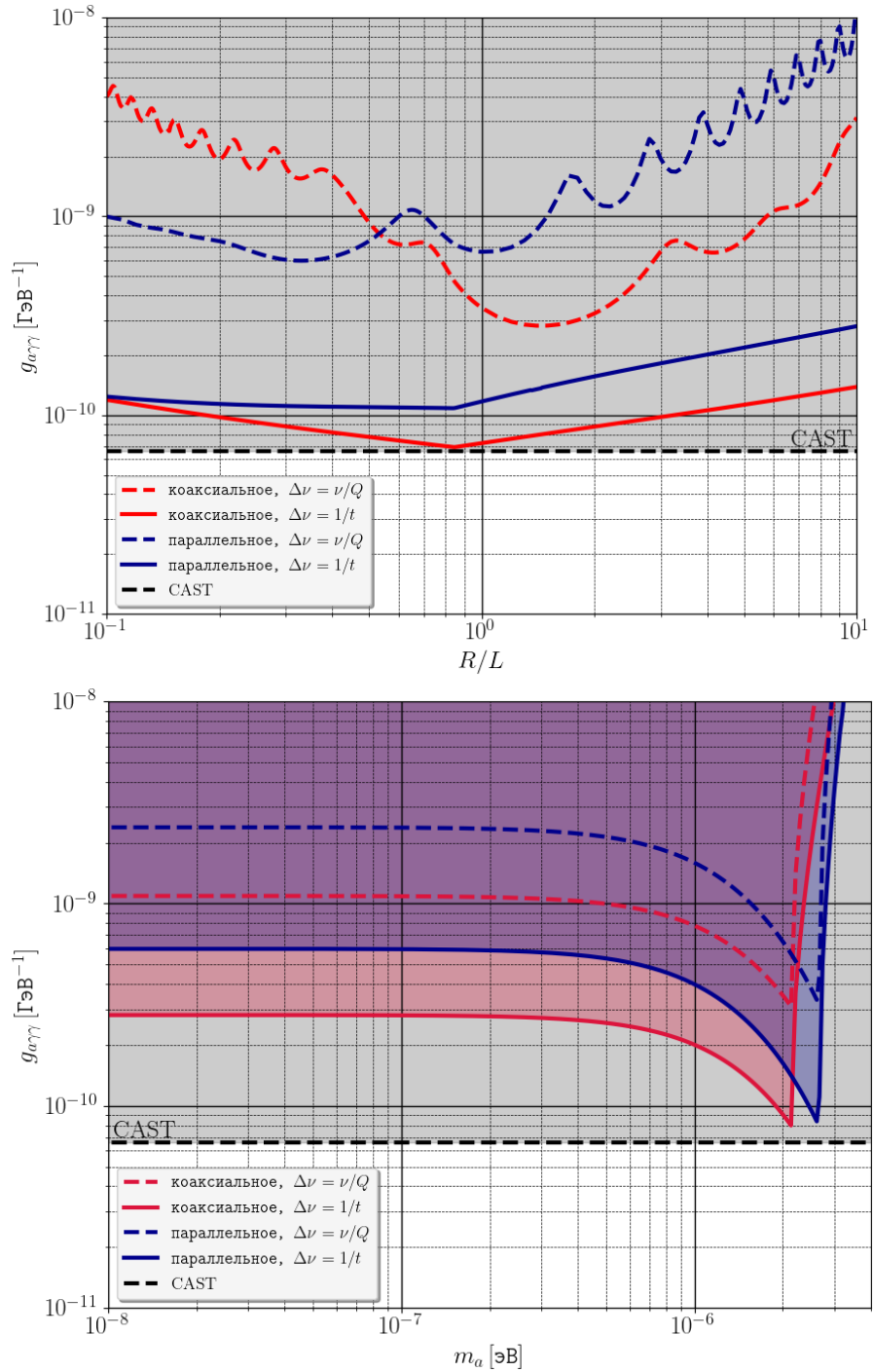


Рисунок 5 - Чувствительность SRF+RF схемы для коаксиального (красный цвет) и параллельного (синий цвет) расположений. Моды накачки эмиттера –  $\text{TM}_{010}$  и  $\text{TE}_{011}$ , сигнальная мода ресивера –  $\text{TM}_{010}$ . Верхний график: зависимость от отношения радиуса резонаторов к их длине  $R/L$  при фиксированном объёме эмиттера  $V_{\text{em}} = 1 \text{ м}^3$  для случаев  $m_a \ll \omega_a$  (пунктирные линии) и  $m_a = \omega_a$  (сплошные линии). Нижний график: зависимость от массы аксиноподобных частиц  $m_a$  при оптимальных отношениях  $R/L$  (при которых достигается минимум  $g_{a\gamma\gamma}$  для малых масс  $m_a \ll \omega_a$ ): для коаксиального ( $R/L \simeq 1.44$ ,  $R \simeq 0.77 \text{ м}$ ,  $L \simeq 0.54 \text{ м}$ ,  $R_{\text{rec}} \simeq 0.22 \text{ м}$ ,  $L_{\text{rec}} \simeq 0.5 \text{ м}$ ) и параллельного ( $R/L \simeq 0.33$ ,  $R \simeq 0.47 \text{ м}$ ,  $L \simeq 1.43 \text{ м}$ ,  $R_{\text{rec}} \simeq 0.18 \text{ м}$ ,  $L_{\text{rec}} \simeq 0.5 \text{ м}$ ) расположений. Расстояние между стенками резонаторов  $\delta = 0.5 \text{ м}$ . Время измерений  $t = 10^6 \text{ с}$ . Температура ресивера  $T = 1.5 \text{ К}$ .

### 3.4 RF+SRF схема

Последняя рассматриваемая установка состоит из RF-эмиттера во внешнем постоянном магнитном поле и SRF-ресивера с модой накачки.

На рисунке 6 показана чувствительность этого типа эксперимента для характерного объема ресивера  $V_{\text{rec}} \simeq 1 \text{ м}^3$  и его добротности  $Q_{\text{rec}} \simeq 10^{10}$ . Амплитуда моды накачки эмиттера равна  $E_0^{\text{em}} = 3 \text{ МВ/м}$  ( $B_0^{\text{em}} = 0,01 \text{ Тл}$ ), величина статического магнитного поля  $B_{\text{ext}} = 3 \text{ Тл}$ . Ожидаемая мощность эмиттера составляет  $P_{\text{em}} \sim 100 \text{ кВт}$ . Расстояние между стенками резонаторов составляет  $\delta = 0,5 \text{ м}$ . Мода накачки эмиттера -  $\text{TM}_{010}$ , мода накачки ресивера -  $\text{TM}_{010}$ , сигнальная мода -  $\text{TE}_{011}$ . В данном случае ресивер должен быть больше эмиттера, чтобы выполнялось равенство частот  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_{\text{em}}$ . Добротность эмиттера составляет  $Q_{\text{rec}} \simeq 10^{10}$ , а типичное значение амплитуды моды накачки  $B_0^{\text{rec}} = 0,1 \text{ Т}$ .

На рисунке 6 (верхний график) показана типичная ожидаемая чувствительность для этой установки в зависимости от  $R/L$  для ресивера. Соответствующая чувствительность  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim 9,0 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$  незначительно хуже ограничений CAST, однако следует принять во внимание, что данная схема обладает недостатками RF- и SRF-резонаторов: значительная мощность эмиттера, более сложное выделение сигнала и тонкая настройка в ресивере.

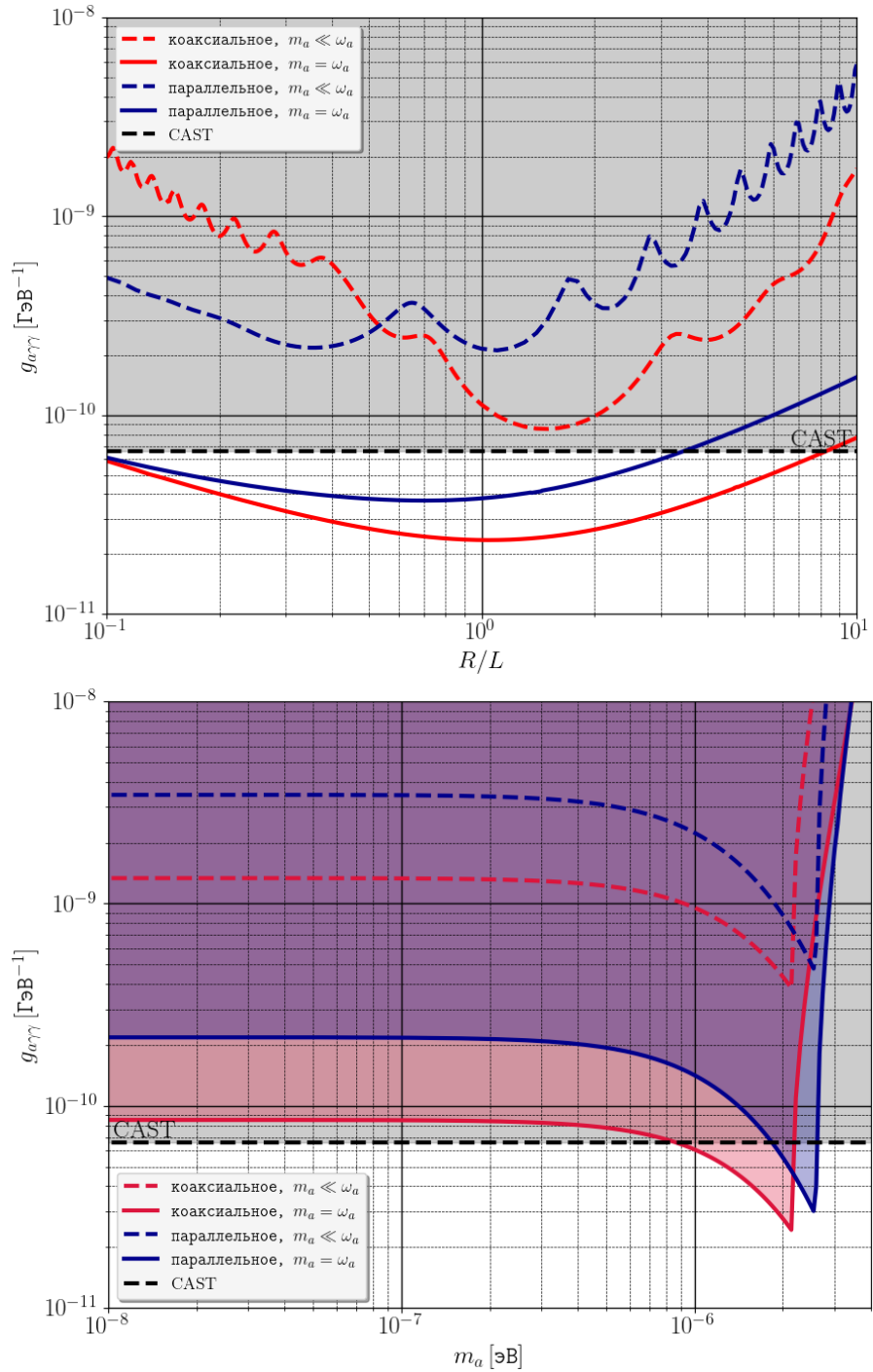


Рисунок 6 - Чувствительность RF+SRF схемы для коаксиального (красный цвет) и параллельного (синий цвет) расположений. Мода накачки эмиттера –  $TM_{010}$ , мода накачки ресивера –  $TM_{010}$ , сигнальная мода ресивера –  $TE_{011}$ . Верхний график: зависимость от отношения радиуса резонаторов к их длине  $R/L$  при фиксированном объёме ресивера  $V_{\text{рес}} = 1 \text{ м}^3$  для случаев  $m_a \ll \omega_a$  (пунктирные линии) и  $m_a = \omega_a$  (сплошные линии). Нижний график: зависимость от массы аксионоподобных частиц  $m_a$  при оптимальных отношениях  $R/L$  (при которых достигается минимум  $g_{a\gamma\gamma}$  для малых масс  $m_a \ll \omega_a$ ): для коаксиального ( $R/L \simeq 1.46$ ,  $R \simeq 0.78 \text{ м}$ ,  $L \simeq 0.53 \text{ м}$ ,  $R_{\text{ем}} \simeq 0.22 \text{ м}$ ,  $L_{\text{ем}} \simeq 0.5 \text{ м}$ ) и параллельного ( $R/L \simeq 0.36$ ,  $R \simeq 0.49 \text{ м}$ ,  $L \simeq 1.35 \text{ м}$ ,  $R_{\text{ем}} \simeq 0.18 \text{ м}$ ,  $L_{\text{ем}} \simeq 0.5 \text{ м}$ ) расположений. Расстояние между стенками резонаторов  $\delta = 0.5 \text{ м}$ . Время измерений  $t = 10^6 \text{ с}$ . Температура ресивера  $T = 1.5 \text{ К}$ .

# ВЫВОДЫ

В работе было проведено сравнение четырёх типов LSW-экспериментов с радиочастотными резонаторами для поиска аксионоподобных частиц: найдены характерные чувствительности и определены наилучшие геометрии. В таблице 2 приведены количественные результаты.

| Тип схемы | $B_0^{\text{em},(1)}$ | $B_0^{\text{em},(2)}$ | $B_0^{\text{rec}}$ | $Q_{\text{rec}}$ | $P_{\text{em}}$ | $ \mathcal{G} $ | $g_{a\gamma\gamma}$                  |
|-----------|-----------------------|-----------------------|--------------------|------------------|-----------------|-----------------|--------------------------------------|
| RF+RF     | 0.01 Тл               | 3 Тл                  | 3 Тл               | $10^5$           | 100 кВТ         | $10^{-2}$       | $3 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$ |
| SRF+SRF   | 0.1 Тл                | 0.1 Тл                | 0.1 Тл             | $10^{10}$        | 0.1 кВТ         | $10^{-3}$       | $5 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$ |
| SRF+RF    | 0.1 Тл                | 0.1 Тл                | 3 Тл               | $10^5$           | 0.1 кВТ         | $10^{-3}$       | $3 \times 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-1}$ |
| RF+SRF    | 0.01 Тл               | 3 Тл                  | 0.1 Тл             | $10^{10}$        | 100 кВТ         | $10^{-3}$       | $9 \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$ |

Таблица 2 - Сравнение характеристик для различных экспериментальных схем. Геометрический форм-фактор  $|\mathcal{G}|$  и чувствительность  $g_{a\gamma\gamma}$  представлены для наилучшего отношения  $R/L$  коаксиального расположения и массы  $m_a \lesssim \omega_a/2$

Было показано, что RF+RF и SRF+SRF схемы могут достичь аналогичной максимальной чувствительности  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim (3 \div 5) \times 10^{-11} \text{ ГэВ}^{-1}$  при  $m_a \ll \omega_a$ , при этом значения чувствительности для RF+RF-схемы лучше на фактор  $\mathcal{O}(1)$  в более широком диапазоне масс  $m_a \ll \omega_a$ , а значения для SRF+SRF-схемы в несколько раз лучше в узком диапазоне масс  $m_a \simeq \omega_a$ . При этом было показано, что бóльшая величина произведения электромагнитных полей и геометрического форм-фактора для нормально проводящих радиочастотных резонаторов компенсирует их меньшую добротность при сравнении со сверхпроводящими радиочастотными резонаторами.

Данная RF+RF-схема является модификацией эксперимента CROWS [15], которая подразумевает бóльший объем резонаторов  $V_{\text{em}} \simeq V_{\text{rec}} \simeq 1 \text{ м}^3$ , более низкую температуру и более узкую ширину спектра сигнала  $\Delta\nu \simeq 1/t$ .

Также было показано, что наилучшее взаимное расположение резонаторов для данных схем - коаксиальное с отношением  $R/L \simeq 1, 6$ .

Стоит отметить, что ключевым фактором для улучшения чувствительности является использование генератора с узкой шириной спектра. Особенно это важно для нормально проводящих резонаторов, консервативная ширина спектра которых заметно выше из-за меньшей добротности.

Важно также учитывать технические преимущества и недостатки рассмотренных схем. Недостатком RF+RF-схемы является высокая мощность моды накачки эмиттера, в то время как для SRF+SRF-схемы эта величина на 4 порядка меньше. Недостатком SRF+SRF-схемы является относительно сложное выделение сигнала в ресивере из-за того, что используется мода накачки, а не внешнее магнитное поле, как в RF+RF-схеме. Также стоит отметить высокую степень точности размеров SRF-резонаторов, которая тре-

буется для совпадения частот эмиттера и ресивера.

При этом последние две схемы (SRF+RF и RF+SRF) имеют самую слабую чувствительность: типичные значения  $g_{a\gamma\gamma} \lesssim \mathcal{O}(10^{-10}) \text{ ГэВ}^{-1}$  исключаются экспериментом CAST. Также стоит отметить, что у этих моделей есть существенный недостаток: связь частот эмиттера и ресивера  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$  подразумевает, что при фиксированной геометрии возможно использование исключительно одного набора мод накачки эмиттера, а также моды накачки и сигнальной моды ресивера. В то время как в случае двух одинаковых резонаторов в RF+RF и SRF+SRF схемах, возможно использование различных комбинаций мод (не только низших, которые были рассмотрены в работе), что может позволить расширить чувствительность установки, особенно в диапазонах масс, сравнимых с собственными частотами резонатора.

Отметим также, что SRF+RF-схема с технической точки зрения имеет преимущества рассмотренных ранее схем (низкая мощность эмиттера и относительно простое выделение сигнала), а RF+SRF схема имеет их недостатки (высокая мощность эмиттера, более сложное выделение сигнала).

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
- [2] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
- [3] P. Svrcek and E. Witten, JHEP **06**, 051 (2006), hep-th/0605206.
- [4] A. Arvanitaki, S. Dimopoulos, S. Dubovsky, N. Kaloper, and J. March-Russell, Phys. Rev. D **81**, 123530 (2010), 0905.4720.
- [5] L. Visinelli and S. Vagnozzi, Phys. Rev. D **99**, 063517 (2019), 1809.06382.
- [6] J. Preskill, M. B. Wise, and F. Wilczek, Phys. Lett. B **120**, 127 (1983).
- [7] L. F. Abbott and P. Sikivie, Phys. Lett. B **120**, 133 (1983).
- [8] M. Dine and W. Fischler, Phys. Lett. B **120**, 137 (1983).
- [9] CAST, V. Anastassopoulos *et al.*, Nature Phys. **13**, 584 (2017), 1705.02290.
- [10] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983), [Erratum: Phys.Rev.Lett. 52, 695 (1984)].
- [11] A. A. Anselm, Yad. Fiz. **42**, 1480 (1985).
- [12] K. Van Bibber, N. R. Dagdeviren, S. E. Koonin, A. Kerman, and H. N. Nelson, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987).
- [13] F. Hoogeveen, Phys. Lett. B **288**, 195 (1992).
- [14] K. Ehret *et al.*, Phys. Lett. B **689**, 149 (2010), 1004.1313.
- [15] M. Betz, F. Caspers, M. Gasior, M. Thumm, and S. W. Rieger, Phys. Rev. D **88**, 075014 (2013), 1310.8098.
- [16] M. D. Ortiz *et al.*, Phys. Dark Univ. **35**, 100968 (2022), 2009.14294.
- [17] I. G. Irastorza and J. Redondo, Prog. Part. Nucl. Phys. **102**, 89 (2018), 1801.08127.
- [18] A. Berlin *et al.*, (2022), 2203.12714.
- [19] C. Gao and R. Harnik, JHEP **07**, 053 (2021), 2011.01350.
- [20] D. Salnikov, P. Satunin, D. V. Kirpichnikov, and M. Fitkevich, JHEP **03**, 143 (2021), 2011.12871.

- [21] Z. Bogorad, A. Hook, Y. Kahn, and Y. Soreq, Phys. Rev. Lett. **123**, 021801 (2019), 1902.01418.
- [22] S. G. Tantawi *et al.*, Conf. Proc. C **070625**, 2370 (2007).
- [23] D. Hill, Antennas and Propagation Magazine, IEEE **56**, 306 (2014).
- [24] A. Romanenko *et al.*, (2023), 2301.11512.
- [25] H. Padamsee, IEEE Transactions on Magnetics **19**, 1322 (1983).
- [26] D. Salnikov, P. Satunin, D. V. Kirpichnikov, and M. Fitkevich, Moscow Univ. Phys. Bull. **77**, 145 (2022).