Квантовые флуктуации в вильсоновской модели пространства де Ситтера

В рамках данной курсовой работы предполагается исследовать квантовые флуктуации скалярного поля в модели космологического расширения, предложенной в работе arXiv:2608.23676. Пространство де Ситтера используется как приближение для инфляционной стадии ранней Вселенной и для современной эпохи ускоренного расширения. Поэтому важен вопрос, сохраняется ли такой режим после учёта квантовых эффектов материи.

Авторы arXiv:2608.23676 применяют вильсоновский подход: квантовые моды скалярного поля последовательно интегрируются, а масштаб усреднения связывается с параметром Хаббла. Это позволяет вычислять, как квантовые флуктуации изменяют эффективный потенциал поля и через него влияют на уравнения космологического расширения. В результате возникает обратная связь: скорость расширения задаёт масштаб усреднения, а полученные квантовые поправки, в свою очередь, изменяют скорость расширения. Для массивного скалярного поля авторы находят устойчивый режим, в котором параметр Хаббла определяется массой поля. Такой механизм может быть полезен при построении моделей инфляции и динамической тёмной энергии, хотя сам по себе ещё не является законченной наблюдательной моделью.

Исходный расчёт является детерминированным: он учитывает среднее влияние проинтегрированных мод, но не включает квантовый шум, диссипацию и эффекты памяти. Между тем в расширяющейся Вселенной физические импульсы мод уменьшаются, поэтому новые моды непрерывно переходят через масштаб обрезания. После исключения коротковолновых мод оставшаяся часть поля представляет собой открытую квантовую систему. Её динамика в общем случае определяется не только средним вкладом, но также флуктуациями и запаздывающей реакцией. Особенно важна область, в которой масса поля близка к параметру Хаббла: здесь устойчивость детерминированного решения ослабевает, поэтому даже небольшие квантовые поправки могут существенно изменить результат.

Для курсовой предлагается рассмотреть упрощённую задачу: свободное массивное скалярное поле на фиксированном фоне де Ситтера. Необходимо вычислить модовые функции поля, выделить моды вблизи масштаба обрезания и найти их средний вклад и связную дисперсию. Дисперсия будет служить диагностикой возможного шумового вклада, но без дополнительного согласования её нельзя непосредственно считать шумом параметра Хаббла. Расчёт следует сначала проверить в стандартном длинноволновом пределе стохастической инфляции, а затем перейти к обрезанию на хаббловском масштабе, используемому в исходной работе. Итоговая цель состоит в оценке области применимости детерминированного приближения.

План курсовой предполагает изучение следующих пунктов:

1. Основы квантовой механики: состояния, операторы, средние значения, матрица плотности и корреляционные функции;
2. Основы квантовой теории поля: свободное скалярное поле, уравнение Клейна–Гордона, каноническое квантование, вакуум и теорема Вика;
3. Основы космологии и квантовой теории поля в искривлённом пространстве: метрика Фридмана, пространство де Ситтера, параметр Хаббла, физический и сопутствующий импульсы;
4. Основы вильсоновского подхода: разделение мод по импульсам, интегрирование по импульсным оболочкам, эффективное действие и масштаб обрезания;
5. Изучение основных результатов работы arXiv:2608.23676 и предложенного в ней устойчивого космологического режима;
6. Получение аналитических или численных решений для мод массивного скалярного поля в пространстве де Ситтера;
7. Проверка расчёта на стандартном результате стохастической инфляции;
8. Вычисление среднего вклада и связной дисперсии мод около масштаба обрезания для различных масс поля;
9.* Вычисление простейшей функции отклика и качественная оценка эффектов памяти.

Пункт 9 является дополнительным. Полный расчёт обратного влияния на геометрию и решение стохастических уравнений Фридмана в задачу курсовой не входят.

Основные источники

1. J. Alexandre, L. Heurtier, S. Pla, *Wilsonian Cosmology: de Sitter (in)Stability*
https://arxiv.org/abs/2608.23676
2. A. A. Starobinsky, J. Yokoyama, *Equilibrium State of a Self-Interacting Scalar Field in the de Sitter Background*
https://arxiv.org/abs/astro-ph/9407016
3. R. Banerjee, M. Niedermaier, *The Spatial Functional Renormalization Group and Hadamard States on Cosmological Spacetimes*
https://arxiv.org/abs/2201.02575
4. Y.-Z. Li, *Stochastic Inflation as an Open Quantum System*
https://arxiv.org/abs/2507.02070